

みずほレポート

2012年2月17日

金利変動の国際比較と伝播

—3変量拡張BEKK (XBEKK) による「流星雨」仮説の検証

- ◆欧州債務問題を機に国債市場の国際的な連動性に関心が集まっている。そこでまず本稿では、日米欧の国債金利変動の特性を「質への逃避」と「ボラティリティの高まり」を考慮しつつ分析した。
- ◆次に、上記2要因に加えて、市場間の時差を考慮に入れるため、多変量GARCH・BEKKモデルを修正したモデル (Extended BEKK, XBEKK) を考案し、ショックの国際的な伝播構造を分析した。
- ◆XBEKKモデルの推計結果によれば、長期金利ではグローバルなリスクが「質への逃避」を促す構図が日米欧市場に共通して確認できた。ただ金利変動に与える影響は限定的である。
- ◆国債市場が海外からのショックに曝されているという「流星雨」仮説と、自国のショックのみに影響を受けるとする「熱波」仮説を検証すると、欧米には前者が、日本には後者が当てはまる。
- ◆こうしたショックの伝播構造の違いは、金利水準や金融政策、投資家層の違いなどに起因している可能性があるかと推察される。

市場調査部 主席 研究員 / シニアエコノミスト 小野 亮
03-3591-1219 makoto.ono@mizuho-ri.co.jp

●当レポートは情報提供のみを目的として作成されたものであり、商品の勧誘を目的としたものではありません。本資料は、当社が信頼できると判断した各種データに基づき作成されておりますが、その正確性、確実性を保証するものではありません。また、本資料に記載された内容は予告なしに変更されることもあります。

目 次

| | |
|--|----|
| 1. はじめに | 1 |
| 2. 分析モデル | 3 |
| (1) GARCH-M モデル | 3 |
| (2) 「質への逃避」メカニズムの導入によるショックの分離 | 4 |
| (3) 主成分分析による共通リスク変数の抽出 | 7 |
| (4) ボラティリティの非対称性 | 9 |
| 3. 10年物国債金利の変動分析 | 11 |
| (1) モデル比較 | 11 |
| (2) FQ-GARCH-M モデルによる推計結果 | 15 |
| (3) FQ-EGARCH-M モデルによる推計結果 | 17 |
| 4. 金利ショックの国際的伝播構造 | 19 |
| (1) BEKK モデル | 19 |
| (2) 市場間の時差を考慮した拡張 BEKK (XBEKK) モデル | 22 |
| (3) XBEKK モデルによる推計結果 | 25 |
| (4) 先行研究との比較 | 29 |
| 5. おわりに | 31 |

1. はじめに

本稿の関心は、日米欧における国債金利のボラティリティにある。従来、ボラティリティ分析はリスク資産を対象に進められてきており、国債に関する分析は少ないと言われている（日本銀行（2010））。しかし、欧州債務問題が深刻化し、南欧諸国の国債金利が急上昇すると共に、その懸念がフランスやドイツにすら広がる局面もみられるようになり、国債市場の国際的な連動性への関心が高まっている。

当該分野の先行研究としてはFleming and Lopes（1999）がある。彼らは、東京、ロンドン、ニューヨークの3市場で取引される米国債の日次及び時間当たりの金利変化を追い、ショックが市場間で伝播するかどうかをGARCHモデルによって分析した。元となった手法は為替市場を対象に分析したEngle, Ito and Lin（1990）が提案したものである。他の市場から波及してくるショックを「流星雨」（meteor shower）、自らの市場で生じたショックを局地的な「熱波」（heat wave）と呼んだ上で、各市場が「流星雨」に曝されているのか（「流星雨」仮説）、「熱波」に曝されているだけなのか（「熱波」仮説）を検証し、東京市場とロンドン市場の米国債取引には「流星雨」仮説が成り立ち、ニューヨーク市場の米国債取引には「流星雨」仮説が成り立たないとの結論に至っている。

最近では日本銀行の福田・今久保・西岡（2011）が、GARCHモデルを使って、①米国やドイツで生じた金利ショックを受けて日本の金利のボラティリティが瞬時に上昇する傾向があり、②時間の経過と共に影響が減衰しつつも、ショック発生以前と比べて高いボラティリティが持続する傾向があることを指摘した。一方、③欧州周縁国で発生した金利ショックは国内金利に対して有意な説明力を持たないことを示し、「ギリシャを中心とする欧州周縁国の国債市場混乱の影響は、わが国の国債市場に及びにくいと考えられる」（福田・今久保・西岡（2011））とも述べている。

また同じく日本銀行の高橋（2010）が、国債を含む金融資産の国際的な連動性が趨勢的に高まっていることを指摘している。ただ高橋（2010）は、ショックにはグローバルに同時的に発生する「世界共通ショック」と「各国固有のショック」があることを示している。藤原（2008）も、金融市場におけるショックの伝播（コンテイジョン）に関する理論展望において、市場間で伝わるショックの定義を「固有ショック」に置いている。

こうした先行研究を踏まえながら、本稿では日米欧の国債金利変動とショックの伝播構造をGARCHモデルの枠組みによって分析する。2節では、国ごとの金利変動を分析するための単変量GARCHモデルを説明する。モデルのポイントは3つある。第1に、国債の「安全神話」が崩れかかっている現状を鑑み、国債市場のボラティリティの高まりがターム・プレミアムの増大という形で金利上昇圧力になる可能性（リスク資産で言えば「リスク・リターン・トレード・オフ」に相当）を検証するため、GARCH-Mモデルを用いる。第2に、リスク資産から安全資産へという「質への逃避」による国債金利の低下メカニズムを取り入れるため、平均方程式に外生変数としてインプライド・ボラティリティ指標を加える。同指標は株式市場のインプライド・ボラティリティ指標を元に主成分分析によって抽出される。モデルの定式化が正しければ、パラメーターの符号は「トレード・オフ」についてはマイナス、「質

への逃避」についてはプラスとなる。このモデルを本稿では「FQ-GARCH-Mモデル」(Flight-to-Quality-GARCH-in-Meanモデル)と呼ぶ。また本稿において、国債市場の固有ショックは「質への逃避」や「トレード・オフ」の影響を除くショックということになる。第3に、株式市場で観察されるボラティリティの非対称性が国債市場でも観察されるのかどうかをみるため、分散方程式にEGARCH (Exponential GARCH) モデル (ラグの次数は1) を仮定したケースについても分析する。

3節では単変量GARCHモデルの推計結果を示す。ギリシャ、ポルトガル、スペイン、イタリア、フランス、ドイツ、米国、日本の8カ国における長期金利 (10年物国債金利) の日次変動を対象とし、誤差項の分布には正規分布と学生t分布の2つの仮定を置く。この仮定により、分布の裾が正規分布の仮定よりも厚い可能性を検証する。推計式は、最も基本的なGARCH (1, 1) モデルを含めて合計48通り (8カ国×3モデル×2つの誤差項の分布の仮定) である。モデルの比較においては、尤度・AICのほか「所期の確率の下でどれだけ適切にVaRを計測するモデルとなっているのか」という観点からVaR超過率に関するKupiec (1995) の尤度比検定を行う。

4節では、単変量GARCHモデルの分析結果を踏まえながら、3変量GARCHモデルを用いて日米欧3極における「質への逃避」と「トレード・オフ」及び市場間の固有ショックの伝播構造 (「流星雨」仮説と「熱波」仮説のいずれが成り立つのか) を分析する。平均方程式はFQ-GARCH-Mモデルに従い、誤差項の分布として多変量学生t分布を仮定する。

分散方程式はEngle and Kroner (1995) によるBEKK (Baba, Engle, Kraft, Kroner) モデルを仮定するが、Engle, Ito and Lin (1990) 及びFleming and Lopes (1999) の手法を応用し、時差を伴う市場間の情報更新を踏まえた修正を行う。本稿ではこれを拡張BEKK (Extended BEKK, XBEKK) モデルと呼ぶ。XBEKKは、BEKKの特徴である正值定符号性を保っている。

5節では若干の考察を行い、残された課題についても触れるが、あらかじめ主要な結果を述べておこう。日米欧8カ国の長期金利の日次変動は、「質への逃避」と「リスク・リターンのトレード・オフ」による影響を受けていることが確認された。「質への逃避」を表すパラメーターは、欧米に比べて日本が際立って低いという特徴がある。「トレード・オフ」についても日本では有意な結果が得られない、もしくは欧米とは符号が逆という違いがみられる。フランス、ドイツ、米国を除くと、ボラティリティの非対称性が確認でき、株価と同様「悪いニュース」のときほどボラティリティが上昇する傾向がある。3変量XBEKKモデルの推計結果によれば、欧州市場では自国市場で生じたショックの多くが翌日に残るものの、その後の減衰が速い。これに対し米国市場ではショックが翌日に残る度合いは小さいものの、長期にわたって残存し続ける。日本市場は欧米の中間的な特徴を持つ。固有ショックの国際的な伝播構造をみると、米国市場は日欧市場からのショックに曝されており、「流星雨」仮説が支持される。日本は欧米市場からのショックの影響を受けておらず、「熱波」仮説が支持される。欧州市場は日米市場の中間的な特徴を持っている。

2. 分析モデル

(1) GARCH-M モデル

本節では、各国の金利変動を捉えるために本稿で用いる単変量 GARCH モデルを説明する。まず基本となるのは、Engel, Lilien and Robins (1987) による ARCH-M モデルを拡張した GARCH-M モデルである。

$$r_t = c + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim i.i.d., \quad E(z_t) = 0, \quad Var(z_t) = 1 \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (3)$$

$$\text{ただし } \sigma_t > 0, \quad \omega > 0, \quad 0 \leq \alpha, \beta < 1, \quad \alpha + \beta < 1$$

式 (1) は平均方程式と呼ばれ、変数 r_t が予測誤差 ε_t の条件付分散 σ_t^2 の平方根 (GARCH 項と呼ぶ) に比例する形となっている (c は定数項)。GARCH 項が平均方程式 (Mean Equation) に組み入れられていることから GARCH-M (GARCH-in-Mean) と呼ばれている。

ここで r_t をリスク資産収益率とした場合、GARCH 項のパラメーター λ が有意に正値をとるなら、「リスク資産収益率が無リスク金利 (c) と価格変動リスク・プレミアムの和によって決まる」とする CAPM が成立していることを意味し、パラメーター λ は「リスク・リターンのトレード・オフ」の度合い (効用関数で定義される絶対的リスク回避度に相当) を表すことになる。本稿では r_t として 10 年物国債金利の日次変動を用いるため、パラメーター λ はターム・プレミアムに対する国債投資家の反応度とみることができるが、以下では「リスク・リターンのトレード・オフ」として言い表すこととする。

式 (3) は分散方程式である。式 (2) で示すように、誤差項 ε_t が、平均ゼロ、分散 1 で、過去と独立で同一な分布 (i. i. d.: independent and identically distributed) に従う確率変数 z_t と σ_t の積として表され、式 (3) によって、 σ_t^2 が予測誤差の二乗とそれ自身の 1 次ラグ項によって影響を受けることが仮定されている。

この分散法定式は、資産価格のボラティリティについて、いったん上昇 (低下) すると、その後もしばらくボラティリティが高い (低い) 状態が続くことが知られており、それを捉えるために考案されたものである。当初 Engle (1982) が予測誤差の二乗の 1 次ラグ項のみでボラティリティを説明した ARCH モデルとして定式化し、Bollerslev (1986) がボラティリティの 1 次ラグ項を加えて一般化した。上述したボラティリティの特性を「ボラティリティ・クラスタリング」と呼ぶ。

この定式化によって、 σ_t^2 で表されるボラティリティ (条件付き分散) に対して過去のショックが持続的な影響を与えるメカニズムが捉えられる。ショックの持続性は 2 つの指標によって表される。

$$\alpha + \beta \quad (4)$$

$$-\frac{\log 2}{\log \beta} \quad (5)$$

$\alpha + \beta$ は、分散方程式 (式 (3)) の両辺について $t-1$ 期の情報 I_{t-1} を条件とした期待値をとると

$$E(\sigma_t^2 | I_{t-1}) = \omega + \alpha E(\varepsilon_{t-1}^2) + \beta E(\sigma_{t-1}^2) = \omega + (\alpha + \beta)\sigma_{t-1}^2 \quad (6)$$

となることから求められる。 $\alpha + \beta$ が 1 に近いほど、当期のボラティリティが過去のボラティリティの影響を受けるという意味でショックの持続性が強いことを表す。

もうひとつの $-\log 2 / \log \beta$ は、いわゆる半減期である。分散方程式から分かるようにショックは毎期 β の比率で減衰する。

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta (\omega + \alpha \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2) \\ &= \dots = \frac{\omega}{1-\beta} + \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \beta^{i-1} \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

したがって半減期を HL とおくと次のように定義できる。

$$\beta^{HL} = \frac{1}{2} \quad (8)$$

(2) 「質への逃避」メカニズムの導入によるショックの分離

本稿では GARCH-M モデルの平均方程式に外生変数を加えて分析を行う。加える外生変数は、金融市場全体に広がるリスクや投資家の不安の大きさを表す変数であり、リスク資産から安全資産へという「質への逃避」メカニズムを取り込む変数である。こうした修正を施す理由は次の通りである。

上述した平均方程式によって抽出されるショックには、国債市場に固有のショックのほかに、「質への逃避」を促すような金融市場全体に共通のショックが含まれると考えられる。高橋 (2010) の分析でも、主要国の株価や国債、あるいは主要な国際金融商品を対象として、多変数 VAR によってショックを抽出し、カルマンフィルターを用いて「世界共通ショック」と「各市場固有のショック」に分離するという作業を行っている。

一方、本稿の後段では国債市場に生じたショックが国際的にどのように波及するのかを分析する。その際、波及分析の対象となるショックは高橋 (2010) の分類に従えば「各市場の固有ショック」であり、「世界共通ショック」ではない。金融市場におけるショックの伝播 (コンテイジョン) について理論展望を行った藤原 (2008) も、コンテイジョンの定義として「ある市場に発生した固有のネガティブ・ショックが、金融資産価値を決定するファンダメンタルズが互いに独立している市場にも伝播し、同時的な価格下落を引き起こすこと」としており、世界共通ショックに対する各市場の反応はコンテイジョンとは言えないのである。

では、金融市場全体に広がるリスクや投資家の不安の大きさを表す変数として何を選択すれば良いのか。本稿では、インプライド・ボラティリティ指標を代理変数として用いることにし、具体的な指標とその妥当性については後述する。

以上より、本稿では、金融市場全体に広がるリスクや投資家の不安の大きさを表し、リスク資産から安全資産へという「質への逃避」メカニズムを捉える新たな外生変数 $RISK_t$ を、GARCH-M モデルの平均方程式 (式 (1)) に加えて、式 (9) の形としたモデルを用いて分析を行う。

式 (9) のパラメーター κ が有意に負値であれば、金融市場全体に広がるリスクの高まりによって「質への逃避」が生じ、国債金利に低下圧力が加わるメカニズムを確認できることになる。なお、推計作業では平均ゼロに基準化した変数を用いるため、 κ は「サンプル期間の平均値からの共通リスク変数の変動」がもたらす金利変動への影響度合いを表す。時間不変のリスクによる金利変動への影響はパラメーター c の一部に、リスク変数のラグを伴う影響は固有ショックの一部にそれぞれ包含される。本稿では「質への逃避」を考慮したモデルを FQ-GARCH-M モデルと呼ぶことにする (式 (9) ~ (11))。

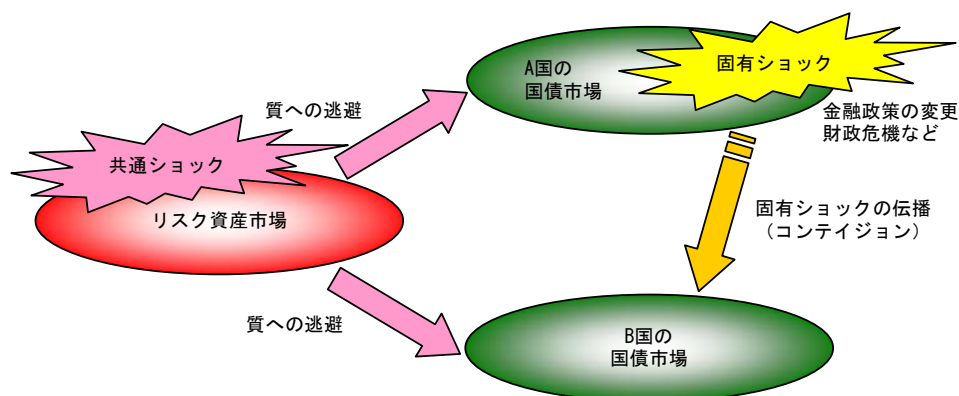
FQ-GARCH-Mモデル：
$$r_t = c + \kappa RISK_t + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim i.i.d, E(z_t) = 0, Var(z_t) = 1 \quad (10)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (11)$$

ただし $\kappa < 0$ 、 $\lambda > 0$ 、 $\sigma_t > 0$ 、 $\omega > 0$ 、 $0 \leq \alpha, \beta < 1$ 、 $\alpha + \beta < 1$

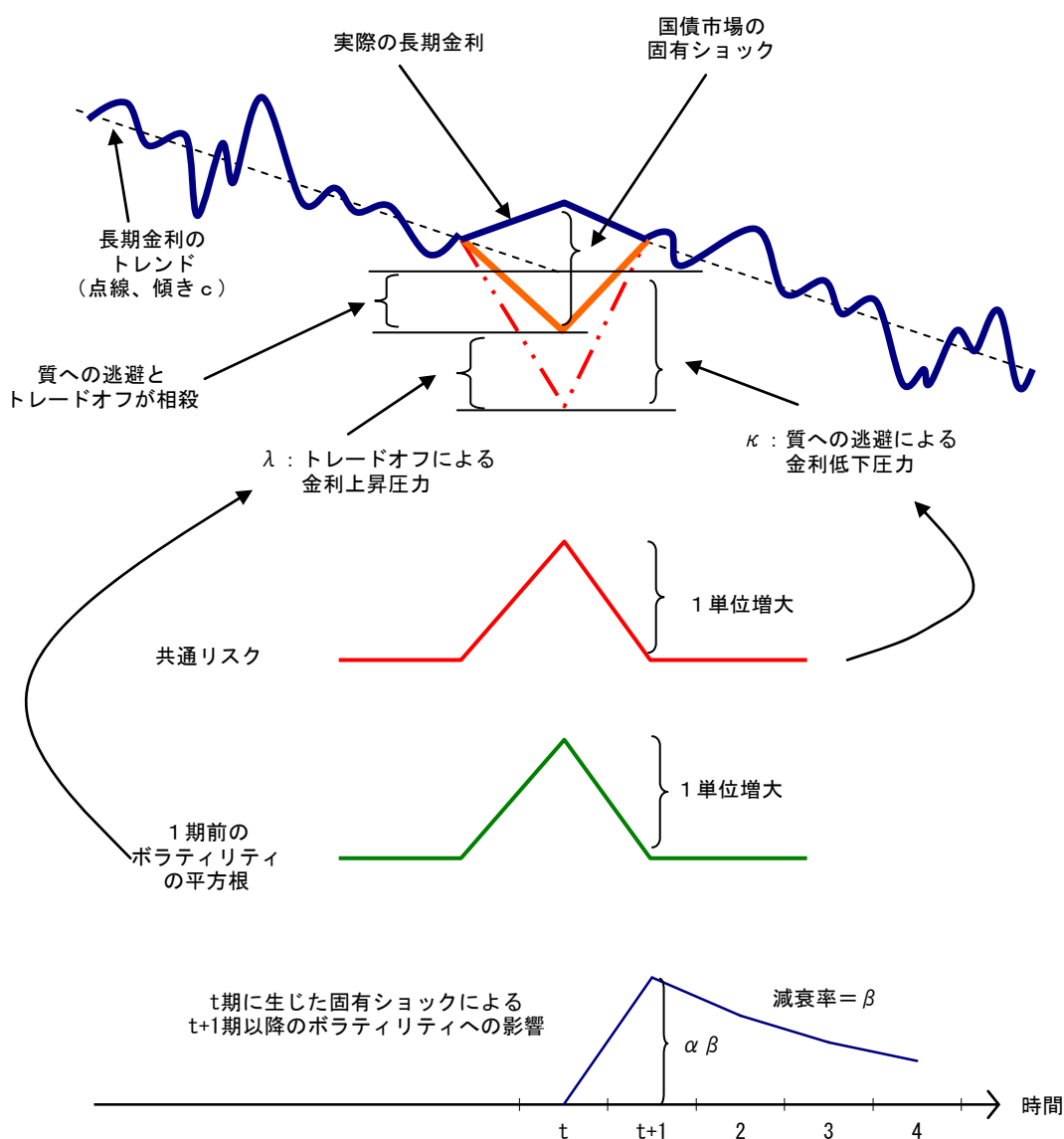
図表 1 共通ショックと固有ショック



(資料) みずほ総合研究所

図表 2 は、長期金利の変化に対し、「リスク・リターンのトレード・オフ」と「質への逃避」がどのように影響を及ぼすのかについて説明したものである。長期金利のトレンドの傾きが定数項 c によって表される。「質への逃避」が生じれば、長期金利にはトレンドからの下方乖離が生じる一方、国債市場のボラティリティが高まると予想されれば「リスク・リターンのトレード・オフ」によって長期金利にはトレンドからの上方乖離が生じる。こうした両者の効果が相殺した分と、実際の長期金利のトレンドからの乖離との差が、国債市場で生じた固有ショックとして観察されることになる。固有ショックは翌期以降のボラティリティに対して β の割合で減衰しつつ持続的に影響を与える。

図表 2 長期金利の推移と FQ-GARCH-M モデル



(資料) みずほ総合研究所

(3) 主成分分析による共通リスク変数の抽出

上述した共通リスク変数は、インプライド・ボラティリティ指標をもとに作成する。具体的には、S&P500指数、英FTSE100指数及び独DAX指数の各オプション価格から算出されている3つのインプライド・ボラティリティ指数であるVIX指数、FTSE100 Volatility Index（以下VFTSE指数と略）、VDAX-NEW指数を使って主成分分析を行い、第1主成分スコアを取り出して「共通リスク変数」($RISK_1$)とみなすことにする。

なおこうして抽出した「共通リスク変数」は株式市場に関連するリスク変数という点で「多様性」や「共通性」に不安が残る。そのため、サンプル期間が短くなるものの、原油、金、ユーロカレンシーのETF（上場型投資信託）オプション価格からCBOEが算出しているインプライド・ボラティリティ指数（以下、それぞれOVZ指数、GVZ指数、EVZ指数。図表 3）を加えた共通リスク変数（以下 $RISK2_1$ ）を別途主成分分析によって抽出し、 $RISK_1$ だけでも十分に広範なリスク資産市場のリスクを捉えていることを確認する。

まず、VIX指数、VFTSE指数、VDAX-NEW指数、OVZ指数、GVZ指数、EVZ指数の相関行列をみると、各指標間で高い正の相関があることが確認できる（図表 4、サンプル期間は2008年6月3日から2012年1月5日）。特に株式関連のVIX指数、VFTSE指数、VDAX-NEW指数の間には極めて高い正の相関（0.956～0.971）がある。しかしそれ以外の指数間の関係をみても、最も低い金関連のGVZ指数と通貨関連のEVZ指数の相関係数ですら0.760と高めの値を取る。

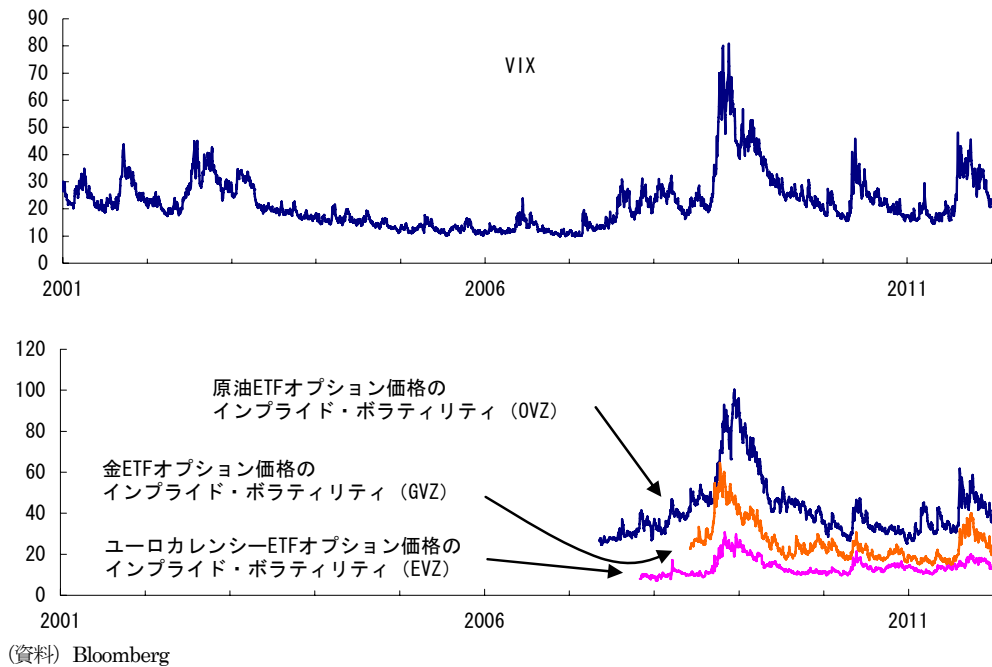
次に株式関連の指数を対象とした主成分分析①（サンプル期間の期初は2000年12月1日）と、全ての指数を対象とした主成分分析②（サンプル期間は上記相関係数と同じ）の結果を示す（図表 5）。いずれの主成分分析でも、上述した指数間の相関係数の高さを反映して各インプライド・ボラティリティ指数が持つ全情報量のほとんどが第1主成分に集約されている。その集約度合い（一般には寄与度と呼ばれる）は主成分分析①では94.6%に達しており、主成分分析②でも88.8%と高水準である。第2主成分の寄与度は①、②ともに4%強に過ぎない。

続いて第1主成分に対するベクトル成分は、①も②もすべてのインプライド・ボラティリティ指数に対してほぼ同じ大きさの正值となっていることから、第1主成分スコアで表される共通リスク変数（ $RISK_1$ と $RISK2_1$ ）は各インプライド・ボラティリティ指数の平均値にほぼ等しい。

さらに $RISK_1$ と $RISK2_1$ の相関係数は98.4%と高く、サンプル期間が短いがりリスク資産の対象が広い $RISK2_1$ の代理変数として株式市場関連の $RISK_1$ を用いても問題は少ないとみられる。インプライド・ボラティリティ指数の考察を行った日本銀行の平木・福永（2012）でも、本稿のこうした想定を支持する結果を示している。すなわち、2011年8月以降を除けば、S&P500指数のオプション価格から算出されるVIXが、米国の株式市場のみならず、各国の債券市場や為替市場における投資家の不安心理ともある程度対応していることが確認できたと述べており、本稿の仮定が支持されよう。

最後に、結果は省略するが、ADF検定により $RISK_1$ は水準で定常であることが確認できる。

図表 3 インプライド・ボラティリティ指数



図表 4 インプライド・ボラティリティ指数の相関係数

| | VIX | VDAX-NEW | VFTSE | OVZ | EVZ | GVZ |
|----------|------|----------|-------|------|------|------|
| VIX | 1.00 | | | | | |
| VDAX-NEW | 0.96 | 1.00 | | | | |
| VFTSE | 0.97 | 0.96 | 1.00 | | | |
| OVZ | 0.88 | 0.85 | 0.86 | 1.00 | | |
| EVZ | 0.84 | 0.81 | 0.80 | 0.78 | 1.00 | |
| GVZ | 0.89 | 0.86 | 0.90 | 0.86 | 0.76 | 1.00 |

(注) サンプル期間は2008年6月3日から2012年1月5日。
 (資料) みずほ総合研究所

図表 5 インプライド・ボラティリティ指数を用いた主成分分析

| | 固有値 (合計=3) | 固有値の 寄与度 | 固有ベクトル | | | | | | |
|---|---------------|-------------|--------|----------|-------|-------|-------|------|-------|
| | | | VIX | VDAX-NEW | VFTSE | OVZ | EVZ | GVZ | |
| ① | 第1主成分 | 2.84 | 0.95 | 0.57 | 0.57 | 0.59 | | | |
| | 第2主成分 | 0.12 | 0.04 | -0.66 | 0.75 | -0.08 | | | |
| | 第3主成分 | 0.03 | 0.01 | 0.48 | 0.34 | -0.81 | | | |
| ② | 第1主成分 | 5.33 | 0.89 | 0.42 | 0.42 | 0.42 | 0.40 | 0.38 | 0.40 |
| | 第2主成分 | 0.27 | 0.05 | -0.06 | -0.09 | -0.19 | -0.15 | 0.90 | -0.34 |
| | 第3主成分 | 0.20 | 0.03 | -0.24 | -0.46 | -0.35 | 0.71 | 0.09 | 0.30 |
| | 第4主成分 | 0.13 | 0.02 | -0.17 | -0.21 | -0.00 | -0.55 | 0.17 | 0.78 |
| | 第5主成分 | 0.04 | 0.01 | -0.61 | 0.72 | -0.29 | 0.07 | 0.02 | 0.10 |
| | 第6主成分 | 0.02 | 0.00 | -0.59 | -0.20 | 0.76 | 0.10 | 0.07 | -0.13 |

(注) サンプル期間は3変数の場合(表中①)は2000年12月1日から2012年1月5日。6変数の場合(同②)は期初が2008年6月3日に変更(期末は同じ)。
 (資料) みずほ総合研究所

(4) ボラティリティの非対称性

単変量GARCHモデルによる分析では、ボラティリティの非対称性についても検証する。株価のボラティリティについては、予想外の「良いニュース」と「悪いニュース」によって異なる反応を示すことが経験的に知られている。予想外の「良いニュース」による株価上昇時と比べて、予想外の「悪いニュース」による株価下落時の方が、ボラティリティが増大する傾向があると言われる。

ボラティリティの非対称性を生む要因については、主に3つの説がある。第1は「レバレッジ効果」説である (Black (1976)、Chiristite (1982))。株価下落によって企業の市場価値が下がると、レバレッジ比率 (負債比率) が増大し、その後の収益の不確実性が高まる。それがボラティリティの増大を生むのではないかという説だ。第2は「ボラティリティ・フィードバック効果」説である (Pindyck (1984)、French, Schwert and Stambaugh (1987))。市場に情報が流入するとボラティリティが高まるものの、「良いニュース」はそれによる株価押し上げ効果によってボラティリティの高まりが抑えられるという説である。第3は「情報の不完全性」説である (Hong and Stein (1999)、Yuan (2005) など)。投資家の間で情報の優劣があり、かつ情報が豊富な投資家の一部が借入制約に直面しているとする。株価が下落したとき、情報劣位にある投資家は、その下落がファンダメンタルズの悪化によるものなのか、情報が豊富な投資家が借入制約にあるためなのか判断できない。その分、情報劣位にある投資家は高いプレミアムを要求し、ボラティリティが増大するという考え方である。

ボラティリティの非対称性を捉える代表的なモデルには、Nelson (1991) によるEGARCH (Exponential GARCH) モデル、Glosten, Jagannathan and Runkle (1993) によるGJRモデル、Ding, Granger and Engle (1993) によるAPGARCH (Asymmetric Power GARCH) モデルなどがある。本稿でも、国債金利のボラティリティに非対称性があるのかどうか、そしてその非対称性は株式市場における経験則と同じなのかどうかを検証するため、分散方程式にEGARCHを仮定したモデル (以下、FQ-EGARCH-Mモデル) の分析を行う。

EGARCH (Exponential GARCH) モデルでは、分散方程式が式 (12) の形をとる。

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha (|z_{t-1}| - E(|z_{t-1}|)) + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma z_{t-1} \quad (12)$$

この式は、予期せぬ金利上昇 ($z_{t-1} > 0$) のときに

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + (\alpha + \gamma) |z_{t-1}| - \alpha E(|z_{t-1}|) + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (13)$$

となり、予期せぬ金利低下 ($z_{t-1} < 0$) のときに

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + (\alpha - \gamma) |z_{t-1}| - \alpha E(|z_{t-1}|) + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (14)$$

となる。式 (13) と (14) で異なるのは右辺第2項であり、もしパラメーター γ が正値となれば式 (13) > 式 (14) となり、予期せぬ金利上昇 (債券価格は下落) のときの方がボラティリティは増大し、株式市場の経験則が国債市場にも当てはまることを意味する。

最後に、EGARCHモデルでは、式 (6) の導出と同様の手続きにより、ショックの持続性は β によって表される。

$$E(\log(\sigma_t^2) | I_{t-1}) = \omega + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (15)$$

本稿では、FQ-GARCH-Mモデルの分散法定式を式 (11) に置き換えたものをFQ-EGARCH-Mモデルと呼ぶことにする (式 (16) ~ (18))。

| | |
|------------------|--|
| FQ-EGARCH-Mモデル : | $r_t = c + \kappa RISK_t + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t \quad (16)$ |
| | $\varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim i.i.d, E(z_t) = 0, Var(z_t) = 1 \quad (17)$ |
| | $\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha (z_{t-1} - E(z_{t-1})) + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma z_{t-1} \quad (18)$ |
| | ただし $\kappa < 0$ 、 $\lambda > 0$ 、 $\sigma_t > 0$ 、 $0 \leq \beta < 1$ |

3. 10年物国債金利の変動分析

(1) モデル比較

分析対象はギリシャ、ポルトガル、スペイン、イタリア、フランス、ドイツ、米国、日本の10年国債利回りの変動（日次系列の前営業日差×100倍）で、サンプル期間は2001年1月4日から2011年12月30日までである。ただし実際の推計では、休日・祝日の違いから国によってサンプル数が異なる。

共通リスク変数は平均ゼロに基準化され、水準で定常であるため、水準値を式(9)に組み入れている。日本については、共通リスク変数が欧米市場のインプライド・ボラティリティ指標から合成されていることを踏まえ、共通リスク変数の1期ラグを平均方程式に組み入れている。

各国の金利変動に関する基本統計量は図表6の通りである。ギリシャを除くと平均値と中央値がほぼ同一で、特にフランス、ドイツ、米国、日本は歪度がゼロ近傍であり、左右対称の分布となっていることがうかがえる。ギリシャでは中央値が平均よりも小さく、最小値と最大値の絶対値は前者がはるかに大きく、歪度が負値であり、左側（金利低下方向）に分布が偏っていることが分かる。スペインとイタリアも金利低下方向に分布が偏っている。ポルトガルは平均値と中央値がほぼ同一だが、最小値と最大値の絶対値は後者が大きく、歪度も正值であり、右側（金利上昇方向）に分布が偏っている。JB (Jarque-Bera) 統計量をみると、左右対称の分布とみられるフランス、ドイツ、米国、日本を含め対象国すべてで「金利の日次変動は正規分布に従う」という帰無仮説が棄却される。

GARCH (1, 1) モデル、FQ-GARCH-Mモデル、FQ-EGARCH-Mモデルの3モデルに、誤差項の分布として正規分布とスチューデントのt分布をそれぞれ仮定した計6通りの推計を国ごとに行った。

これらの推計結果を、対数尤度、情報基準 (AIC)、バリュー・アット・リスク (VaR) の3点から評価してみる。図表7で対数尤度と情報基準 (AIC) をみると、いずれの国でも、誤差項にt分布を仮定したFQ-GARCH-Mモデル、またはFQ-EGARCH-Mモデルの説明力が高い。これは本稿で検討しているモデルの妥当性と、誤差項の分布の裾の厚さを考慮する必要性を示している。

図表 6 各国金利変動の特性

| | ギリシャ | ポルトガル | スペイン | イタリア | フランス | ドイツ | 米国 | 日本 |
|----------|---------|---------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|
| サンプル数 | 2900 | 2725 | 2903 | 2903 | 2900 | 2904 | 2903 | 2887 |
| 平均 (bp) | 1.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | -0.1 | -0.1 | -0.1 | 0.0 |
| 標準偏差 (同) | 19.7 | 10.2 | 5.5 | 5.5 | 4.4 | 4.5 | 6.6 | 2.9 |
| 中央値 (同) | 0.1 | -0.1 | 0.0 | 0.0 | -0.1 | -0.1 | -0.2 | 0.0 |
| 最小値 (同) | -468.3 | -163.4 | -88.4 | -79.8 | -28.6 | -25.7 | -47.3 | -17.1 |
| 最大値 (同) | 298.9 | 204.3 | 38.3 | 47.7 | 26.7 | 22.9 | 26.6 | 22.3 |
| 歪度 | -4.0 | 3.8 | -1.9 | -1.5 | 0.2 | 0.1 | 0.0 | 0.4 |
| 尖度 | 166.6 | 144.4 | 36.7 | 38.8 | 5.5 | 4.8 | 5.0 | 7.4 |
| JB統計量 | 3242150 | 2276687 | 139227 | 156287 | 788 | 383 | 497 | 2389 |
| p値 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 一次自己相関 | 0.080 | 0.124 | 0.155 | 0.113 | 0.021 | 0.048 | -0.047 | -0.004 |

(注) 10年物国債利回りの前営業日差。

(資料) みずほ総合研究所

図表 7 各種モデルの説明力

| 国 | モデル | 誤差項 | 対数尤度 | AIC | 評価 |
|-------|-------------|------|-------|--------|----|
| ギリシャ | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -8719 | 6.4662 | ④ |
| | | t分布 | na | na | |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -8717 | 6.4659 | ③ |
| | | t分布 | na | na | |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -8694 | 6.4500 | ② |
| | | t分布 | -8593 | 6.3757 | ① |
| ポルトガル | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -8170 | 6.4641 | ⑤ |
| | | t分布 | na | na | |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -8162 | 6.4595 | ④ |
| | | t分布 | -7804 | 6.1773 | ② |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -8136 | 6.4399 | ③ |
| | | t分布 | -7770 | 6.1508 | ① |
| スペイン | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -7941 | 5.8871 | ⑥ |
| | | t分布 | -7891 | 5.8512 | ③ |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -7936 | 5.8854 | ⑤ |
| | | t分布 | -7886 | 5.8486 | ② |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -7928 | 5.8799 | ④ |
| | | t分布 | -7873 | 5.8399 | ① |
| イタリア | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -7792 | 5.7773 | ⑥ |
| | | t分布 | -7732 | 5.7334 | ④ |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -7790 | 5.7767 | ⑤ |
| | | t分布 | -7727 | 5.7308 | ③ |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -7781 | 5.7711 | ② |
| | | t分布 | -7722 | 5.7281 | ① |
| フランス | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -7685 | 5.6975 | ⑤ |
| | | t分布 | -7675 | 5.6909 | ③ |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -7678 | 5.6942 | ④ |
| | | t分布 | -7667 | 5.6869 | ① |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -7683 | 5.6981 | ⑥ |
| | | t分布 | -7671 | 5.6904 | ② |
| ドイツ | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -7749 | 5.7449 | ⑥ |
| | | t分布 | -7738 | 5.7376 | ③ |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -7742 | 5.7411 | ④ |
| | | t分布 | -7729 | 5.7327 | ① |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -7744 | 5.7438 | ⑤ |
| | | t分布 | -7732 | 5.7353 | ② |
| 米国 | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -8848 | 6.5597 | ⑤ |
| | | t分布 | -8830 | 6.5470 | ② |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -8843 | 6.5572 | ④ |
| | | t分布 | -8825 | 6.5446 | ① |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -8849 | 6.5621 | ⑥ |
| | | t分布 | -8828 | 6.5480 | ③ |
| 日本 | GARCH(1, 1) | 正規分布 | -6506 | 4.8436 | ⑤ |
| | | t分布 | -6443 | 4.7973 | ③ |
| | FQ-GARCH-M | 正規分布 | -6505 | 4.8436 | ④ |
| | | t分布 | -6441 | 4.7968 | ② |
| | FQ-EGARCH-M | 正規分布 | -6511 | 4.8498 | ⑥ |
| | | t分布 | -6438 | 4.7963 | ① |

(注) 評価はAICが低い(モデルの適合度が高い)順位で、網掛けは上位2つのモデルである。

ギリシャとポルトガルでは一部の推計で尤度の最大値が得られなかった。

(資料) みずほ総合研究所

続いて「所期の確率の元でどれだけ適切にVaRを計測しているか」という観点から、VaR超過率に対するKupiec (1995) の尤度比検定によってモデル評価を行う。

まず、金利上昇リスクを表す確率 α %のVaRは、誤差項の累積分布関数を $F(\bullet)$ として

$$F\left(\frac{VaR_t(\alpha)}{\sigma_{t|t-1}}\right) = 1 - \alpha \quad (19)$$

によって求められる。(資産価格の下落リスクでは式 (19) の右辺は α である。)

VaR超過率とは、サンプル期間内で誤差項がVaRを下回った回数をサンプル数で割ったものである。そして、あるVaRの値の元での真の超過率を p としたときに、帰無仮説「 $p = \alpha$ 」を対立仮説「 $p \neq \alpha$ 」のもとで検定を行うのが、Kupiec (1995) の尤度比検定である。VaRの値を超える確率が日々独立であると仮定し、サンプル数を T 、VaRを超過した回数を N 、観測されない真の超過率を p とおくと、 N が従う確率関数は

$$\Pr(N = k) = \binom{T}{k} p^k (1 - p)^{T-k}, \quad k = 0, 1, \dots, T \quad (20)$$

となるため、「 $p = \alpha$ 」に対する尤度と「 $p = \hat{p}$ 」に対する尤度の比(尤度比検定量)は

$$L(N) = -2 \log \frac{\alpha^N (1 - \alpha)^{T-N}}{\hat{p}^N (1 - \hat{p})^{T-N}} \quad (21)$$

によって与えられ、尤度比検定量は帰無仮説が正しければ漸近的に自由度1のカイ2乗分布に従う。

図表 8のp値が大きいくほど、帰無仮説を支持する確率が高く(帰無仮説が棄却されずに受け入れられ)、VaRが正しく計測されていることになる。

結果をみると、まず最も基本的なGARCH(1, 1)を用いて誤差項に正規分布を仮定すると、対象国全てで適切なVaRの計測ができていない。これに対し本稿で検討しているFQ-GARCH-MとFQ-EGARCH-Mは、誤差項に正規分布を仮定する場合には確率 α が相対的に高い(=リスクの想定が相対的に緩い)ケースで適切にVaRが計測できている。一方、誤差項にt分布を仮定する場合には、GARCH(1, 1)、FQ-GARCH-M、FQ-EGARCH-Mのいずれのモデルを用いるかにかかわらず、確率 α が相対的に低い(=リスクの想定が相対的に厳しい)ケースで適切なVaRの計測が確認できる。

国別にみると、ギリシャ、ポルトガル、スペイン、イタリア、日本の場合、確率 $\alpha = 5\%$ という設定であれば、誤差項に正規分布を仮定することが適切なVaRの計測という点から望ましく、確率 $\alpha = 0.1\%$ というかなり厳しい想定の下では、(ギリシャを除き)裾の厚いt分布を仮定すれば適切なVaRが計測できる。しかし、これらの国々では確率 α の想定が中庸の場合には誤差項に正規分布、t分布のいずれを仮定しても適切なVaRが計測できない問題がある。これに対しフランス、ドイツ、米国では、

誤差項にt分布を仮定すると、確率 α が5%の場合を除いて適切にVaRが計測できるという特徴がある。

図表 8 VaR 超過率と Kupiec (1995) の尤度検定

| モデル | 確率 α (%) | ギリシャ | | | | | | ポルトガル | | | | | | | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|---------|-------|-------|------|-------|
| | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | | | | |
| | | | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | | | |
| GARCH (1, 1) | 5 | 2698 | 142 | 5.26 | 0.000 | | 2529 | 100 | 3.95 | 0.000 | | | | | |
| | 2.5 | 2698 | 83 | 3.08 | 0.000 | n. a. | 2529 | 56 | 2.21 | 0.000 | n. a. | | | | |
| | 1 | 2698 | 52 | 1.93 | 0.000 | | 2529 | 33 | 1.30 | 0.000 | | | | | |
| | 0.5 | 2698 | 43 | 1.59 | 0.000 | | 2529 | 23 | 0.91 | 0.000 | | | | | |
| | 0.1 | 2698 | 17 | 0.63 | 0.000 | | 2529 | 10 | 0.40 | 0.000 | | | | | |
| 5 | 2698 | 142 | 5.26 | 0.534 | 2529 | | 98 | 3.88 | 0.007 | | | | | | |
| FQ-GARCH-M | 2.5 | 2698 | 83 | 3.08 | 0.064 | n. a. | 2529 | 57 | 2.25 | 0.420 | 28 | 1.11 | 0.000 | | |
| | 1 | 2698 | 51 | 1.89 | 0.000 | | 2529 | 33 | 1.30 | 0.141 | 7 | 0.28 | 0.000 | | |
| | 0.5 | 2698 | 41 | 1.52 | 0.000 | | 2529 | 23 | 0.91 | 0.009 | 3 | 0.12 | 0.001 | | |
| | 0.1 | 2698 | 17 | 0.63 | 0.000 | | 2529 | 12 | 0.47 | 0.000 | 3 | 0.12 | 0.774 | | |
| | 5 | 2698 | 140 | 5.19 | 0.654 | | 77 | 2.85 | 0.000 | 2529 | 99 | 3.91 | 0.009 | 72 | 2.85 |
| FQ-EGARCH-M | 2.5 | 2698 | 82 | 3.04 | 0.083 | 38 | 1.41 | 0.000 | 2529 | 61 | 2.41 | 0.776 | 27 | 1.07 | 0.000 |
| | 1 | 2698 | 52 | 1.93 | 0.000 | 12 | 0.44 | 0.001 | 2529 | 36 | 1.42 | 0.044 | 6 | 0.24 | 0.000 |
| | 0.5 | 2698 | 40 | 1.48 | 0.000 | 5 | 0.19 | 0.008 | 2529 | 26 | 1.03 | 0.001 | 4 | 0.16 | 0.004 |
| | 0.1 | 2698 | 20 | 0.74 | 0.000 | 1 | 0.04 | 0.235 | 2529 | 11 | 0.43 | 0.000 | 3 | 0.12 | 0.774 |

| モデル | 確率 α (%) | スペイン | | | | | | イタリア | | | | | | | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------|-------|-----|-------|---------|------|-----|---------|-------|-----|------|-------|
| | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | | | | |
| | | | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | | | |
| GARCH (1, 1) | 5 | 2699 | 144 | 5.34 | 0.000 | 98 | 3.63 | 0.001 | 2699 | 130 | 4.82 | 0.000 | 100 | 3.71 | 0.001 |
| | 2.5 | 2699 | 86 | 3.19 | 0.000 | 44 | 1.63 | 0.002 | 2699 | 86 | 3.19 | 0.000 | 44 | 1.63 | 0.002 |
| | 1 | 2699 | 47 | 1.74 | 0.000 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2699 | 45 | 1.67 | 0.000 | 19 | 0.70 | 0.103 |
| | 0.5 | 2699 | 23 | 0.85 | 0.000 | 5 | 0.19 | 0.008 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.000 | 7 | 0.26 | 0.051 |
| | 0.1 | 2699 | 9 | 0.33 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 15 | 0.56 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 |
| FQ-GARCH-M | 5 | 2699 | 142 | 5.26 | 0.537 | 102 | 3.78 | 0.002 | 2699 | 138 | 5.11 | 0.788 | 97 | 3.59 | 0.000 |
| | 2.5 | 2699 | 86 | 3.19 | 0.028 | 48 | 1.78 | 0.011 | 2699 | 87 | 3.22 | 0.021 | 45 | 1.67 | 0.003 |
| | 1 | 2699 | 49 | 1.82 | 0.000 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2699 | 47 | 1.74 | 0.001 | 22 | 0.82 | 0.319 |
| | 0.5 | 2699 | 22 | 0.82 | 0.034 | 4 | 0.15 | 0.002 | 2699 | 29 | 1.07 | 0.000 | 7 | 0.26 | 0.051 |
| | 0.1 | 2699 | 9 | 0.33 | 0.003 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 15 | 0.56 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 |
| FQ-EGARCH-M | 5 | 2699 | 138 | 5.11 | 0.788 | 99 | 3.67 | 0.001 | 2699 | 133 | 4.93 | 0.863 | 96 | 3.56 | 0.000 |
| | 2.5 | 2699 | 83 | 3.08 | 0.065 | 42 | 1.56 | 0.001 | 2699 | 79 | 2.93 | 0.166 | 44 | 1.63 | 0.002 |
| | 1 | 2699 | 40 | 1.48 | 0.019 | 12 | 0.44 | 0.001 | 2699 | 44 | 1.63 | 0.003 | 19 | 0.70 | 0.103 |
| | 0.5 | 2699 | 25 | 0.93 | 0.005 | 5 | 0.19 | 0.008 | 2699 | 31 | 1.15 | 0.000 | 8 | 0.30 | 0.105 |
| | 0.1 | 2699 | 8 | 0.30 | 0.009 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 14 | 0.52 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 |

| モデル | 確率 α (%) | フランス | | | | | | ドイツ | | | | | | | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------|-------|-----|-------|---------|------|-----|---------|-------|-----|------|-------|
| | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | | | | |
| | | | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | | | |
| GARCH (1, 1) | 5 | 2699 | 134 | 4.96 | 0.000 | 115 | 4.26 | 0.071 | 2699 | 130 | 4.82 | 0.000 | 108 | 4.00 | 0.014 |
| | 2.5 | 2699 | 77 | 2.85 | 0.000 | 55 | 2.04 | 0.112 | 2699 | 72 | 2.67 | 0.000 | 56 | 2.07 | 0.145 |
| | 1 | 2699 | 43 | 1.59 | 0.000 | 23 | 0.85 | 0.428 | 2699 | 45 | 1.67 | 0.000 | 23 | 0.85 | 0.428 |
| | 0.5 | 2699 | 24 | 0.89 | 0.000 | 12 | 0.44 | 0.678 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.000 | 10 | 0.37 | 0.317 |
| | 0.1 | 2699 | 7 | 0.26 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 8 | 0.30 | 0.000 | 1 | 0.04 | 0.235 |
| FQ-GARCH-M | 5 | 2699 | 139 | 5.15 | 0.722 | 119 | 4.41 | 0.151 | 2699 | 127 | 4.71 | 0.478 | 113 | 4.19 | 0.046 |
| | 2.5 | 2699 | 77 | 2.85 | 0.251 | 58 | 2.15 | 0.232 | 2699 | 78 | 2.89 | 0.205 | 61 | 2.26 | 0.417 |
| | 1 | 2699 | 43 | 1.59 | 0.004 | 25 | 0.93 | 0.697 | 2699 | 47 | 1.74 | 0.001 | 25 | 0.93 | 0.697 |
| | 0.5 | 2699 | 26 | 0.96 | 0.003 | 11 | 0.41 | 0.482 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.001 | 11 | 0.41 | 0.482 |
| | 0.1 | 2699 | 9 | 0.33 | 0.003 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 9 | 0.33 | 0.003 | 1 | 0.04 | 0.235 |
| FQ-EGARCH-M | 5 | 2699 | 138 | 5.11 | 0.788 | 114 | 4.22 | 0.058 | 2699 | 131 | 4.85 | 0.726 | 112 | 4.15 | 0.037 |
| | 2.5 | 2699 | 77 | 2.85 | 0.251 | 61 | 2.26 | 0.417 | 2699 | 82 | 3.04 | 0.083 | 59 | 2.19 | 0.286 |
| | 1 | 2699 | 42 | 1.56 | 0.007 | 23 | 0.85 | 0.428 | 2699 | 45 | 1.67 | 0.002 | 25 | 0.93 | 0.697 |
| | 0.5 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.001 | 12 | 0.44 | 0.678 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.001 | 13 | 0.48 | 0.892 |
| | 0.1 | 2699 | 10 | 0.37 | 0.001 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2699 | 10 | 0.37 | 0.001 | 1 | 0.04 | 0.235 |

| モデル | 確率 α (%) | 米国 | | | | | | 日本 | | | | | | | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------|-------|-----|-------|---------|------|-----|---------|-------|----|------|-------|
| | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | サンプル数 | 正規分布 | | t分布 | | | | | |
| | | | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | | 超過率 (%) | p値 | 超過数 | 超過率 (%) | p値 | | | |
| GARCH (1, 1) | 5 | 2699 | 127 | 4.71 | 0.000 | 103 | 3.82 | 0.003 | 2688 | 147 | 5.47 | 0.000 | 92 | 3.42 | 0.000 |
| | 2.5 | 2699 | 77 | 2.85 | 0.000 | 56 | 2.07 | 0.145 | 2688 | 86 | 3.20 | 0.000 | 42 | 1.56 | 0.001 |
| | 1 | 2699 | 41 | 1.52 | 0.000 | 23 | 0.85 | 0.428 | 2688 | 44 | 1.64 | 0.000 | 11 | 0.41 | 0.001 |
| | 0.5 | 2699 | 26 | 0.96 | 0.000 | 8 | 0.30 | 0.105 | 2688 | 36 | 1.34 | 0.000 | 5 | 0.19 | 0.008 |
| | 0.1 | 2699 | 7 | 0.26 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2688 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.660 |
| FQ-GARCH-M | 5 | 2699 | 136 | 5.04 | 0.926 | 105 | 3.89 | 0.006 | 2688 | 146 | 5.43 | 0.311 | 92 | 3.42 | 0.000 |
| | 2.5 | 2699 | 78 | 2.89 | 0.205 | 53 | 1.96 | 0.064 | 2688 | 88 | 3.27 | 0.014 | 40 | 1.49 | 0.000 |
| | 1 | 2699 | 47 | 1.74 | 0.001 | 24 | 0.89 | 0.556 | 2688 | 43 | 1.60 | 0.004 | 11 | 0.41 | 0.001 |
| | 0.5 | 2699 | 25 | 0.93 | 0.005 | 11 | 0.41 | 0.482 | 2688 | 34 | 1.26 | 0.000 | 5 | 0.19 | 0.008 |
| | 0.1 | 2699 | 8 | 0.30 | 0.009 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2688 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.660 |
| FQ-EGARCH-M | 5 | 2699 | 138 | 5.11 | 0.788 | 106 | 3.93 | 0.008 | 2688 | 141 | 5.25 | 0.562 | 95 | 3.53 | 0.000 |
| | 2.5 | 2699 | 76 | 2.82 | 0.303 | 58 | 2.15 | 0.232 | 2688 | 82 | 3.05 | 0.077 | 42 | 1.56 | 0.001 |
| | 1 | 2699 | 47 | 1.74 | 0.001 | 24 | 0.89 | 0.556 | 2688 | 45 | 1.67 | 0.001 | 14 | 0.52 | 0.006 |
| | 0.5 | 2699 | 28 | 1.04 | 0.001 | 11 | 0.41 | 0.482 | 2688 | 30 | 1.12 | 0.000 | 4 | 0.15 | 0.002 |
| | 0.1 | 2699 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.655 | 2688 | 11 | 0.41 | 0.000 | 2 | 0.07 | 0.660 |

(注) 網掛けはp値が10%を超えるケースで、所期の確率の下で適切なVaR計測ができていることを示す。

ギリシャのFQ-GARCH-Mモデルは誤差項にt分布を仮定した場合、尤度の最大値が得られなかった。

(資料) みずほ総合研究所

(2) FQ-GARCH-M モデルによる推計結果

次に、FQ-GARCH-Mモデルの各種パラメーターの推計値に着目して国際比較してみよう。誤差項の分布としてt分布を仮定した推計結果を図表 9に示す。なおギリシャは尤度の最大値が解析的に得られず、除外した。

平均方程式では、パラメーター κ はギリシャ以外の7カ国で有意に負値となっており、「質への逃避」によって各国の長期金利に低下圧力が働いていることが確認できる。標準誤差まで含めて比較すると、「質への逃避度」を表すパラメーター κ の絶対値は、欧米6カ国でほぼ横並びだが、米国が最も大きい可能性がある（図表 10）。これに対し日本のパラメーター κ の絶対値は際立って低く、欧米主要国と大きな差をみせている。

「リスク・リターンのトレード・オフ」に関するパラメーター λ も、日本を除いて横並びの域を出ない（図表 9、図表 10）。日本の場合、平均方程式にGARCH項を組み込むと解析解が得られず、本稿のモデルではトレード・オフが確認できない。欧米先進国の中では、フランス、ドイツ、米国がやや高い方で、スペインはトレード・オフが極めて低い可能性がある。

分散方程式をみると、いずれのパラメーターも有意に正值で符号条件を満たしている（図表 9）。ショックの持続性を示す $\alpha + \beta$ はいずれの国でも1に近い値となっている。帰無仮説を「 $\alpha + \beta = 1$ 」とするWald検定では、フランスとドイツを除けば帰無仮説が棄却でき、ショックは時間をかけて減衰していく。半減期をみると、フランス、ドイツ、米国が実質3週間程度の長さに及んでおり、スペインが2週間程度と続いている。日本はイタリアと同じ程度の長さで、ポルトガルが最も短い。これらの特徴は推計誤差を考慮しても確認できる（図表 10）。

誤差項の分布についてみると、スペインとイタリアの歪度が負値となっており、他の4カ国はほぼゼロ近傍である（図表 9）。スペインとイタリアの金利変動にはわずかだが左側（金利低下方向）に裾が広がっており、他の4カ国はほぼ左右対称かわずかながら右側に裾が広がっている。突度をみるといずれも3を上回り、正規分布と比べて尖った分布となっている。特にスペインとイタリアの歪度は大きい。

JB (Jarque-Bera) 統計量によって「誤差項は正規分布に従う」という帰無仮説を検定すると、いずれの国でも帰無仮説は棄却される。さらに、t分布の自由度はいずれの国でも有意な有限の正值となっており、この点からも誤差項の分布は正規分布よりも裾が広い分布であることが示されている。

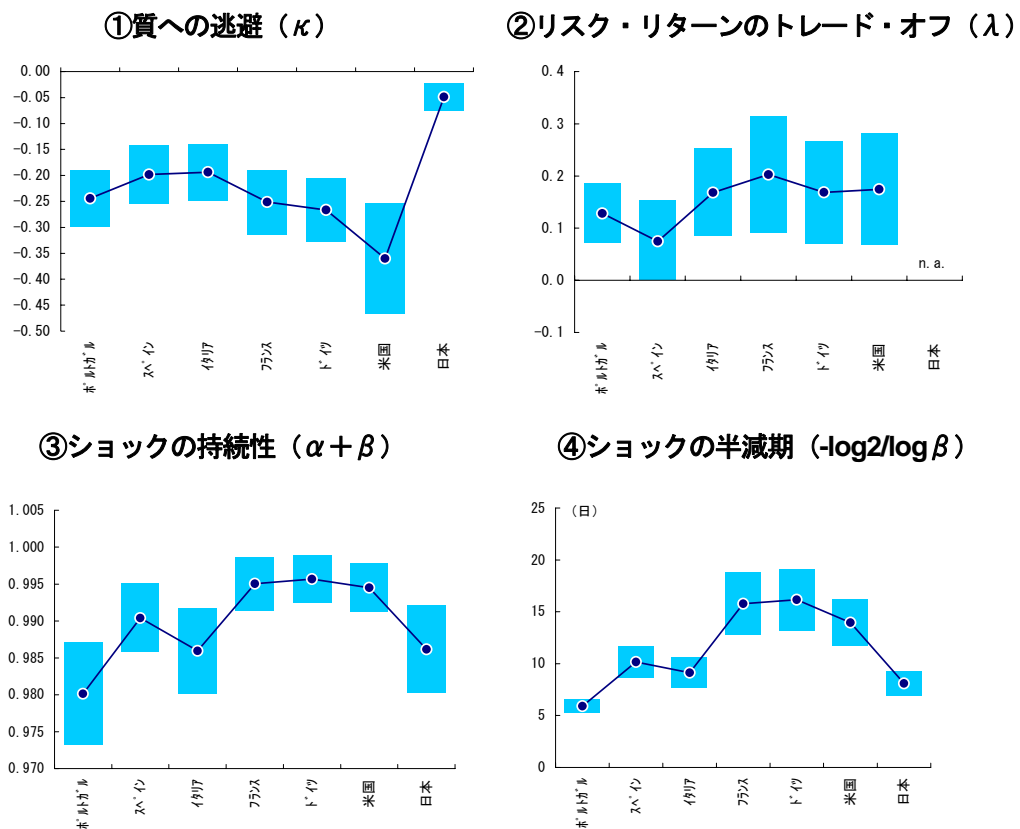
図表 9 FQ-GARCH-M モデルによる主要国の 10 年物国債金利変動の推計結果

| | | 平均方程式 | | | 分散方程式 | | | ショックの持続性 | | z_t の分布 | | |
|-------|------|-------|----------|-----------|----------|----------|---------|------------------|------|-----------|---------|-------------|
| | | 定数 | RISK変数 | GARCH | 定数 | 誤差項 | GARCH | $\alpha + \beta$ | 半減期 | 歪度 尖度 | JB統計量 | t分布の 自由度 |
| | | c | κ | λ | ω | α | β | | | | | |
| ポルトガル | 係数 | -0.76 | -0.24 | 0.13 | 0.83 | 0.09 | 0.89 | 0.98 | 5.9 | 1.7 | 1513884 | 4.31 |
| | 標準誤差 | 0.28 | 0.05 | 0.06 | 0.17 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.7 | | | 0.30 |
| | 有意水準 | 0.01 | 0.00 | 0.03 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.00 | 122.8 | 0.00 | 0.00 |
| スペイン | 係数 | -0.44 | -0.20 | 0.07 | 0.26 | 0.06 | 0.93 | 0.99 | 10.2 | -2.0 | 124203 | 7.65 |
| | 標準誤差 | 0.34 | 0.06 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 1.5 | | | 0.94 |
| | 有意水準 | 0.20 | 0.00 | 0.35 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.00 | 36.0 | 0.00 | 0.00 |
| イタリア | 係数 | -0.82 | -0.19 | 0.17 | 0.32 | 0.06 | 0.93 | 0.99 | 9.1 | -1.7 | 149238 | 7.08 |
| | 標準誤差 | 0.34 | 0.05 | 0.08 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 1.5 | | | 0.82 |
| | 有意水準 | 0.02 | 0.00 | 0.05 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 39.3 | 0.00 | 0.00 |
| フランス | 係数 | -0.97 | -0.25 | 0.20 | 0.12 | 0.04 | 0.96 | 1.00 | 15.8 | 0.2 | 720 | 13.80 |
| | 標準誤差 | 0.45 | 0.06 | 0.11 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 3.1 | | | 3.63 |
| | 有意水準 | 0.03 | 0.00 | 0.07 | 0.05 | 0.00 | 0.00 | 0.13 | 0.00 | 5.5 | 0.00 | 0.00 |
| ドイツ | 係数 | -0.88 | -0.27 | 0.17 | 0.11 | 0.04 | 0.96 | 1.00 | 16.2 | 0.1 | 301 | 12.86 |
| | 標準誤差 | 0.41 | 0.06 | 0.10 | 0.05 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 3.0 | | | 3.21 |
| | 有意水準 | 0.03 | 0.00 | 0.09 | 0.04 | 0.00 | 0.00 | 0.14 | 0.00 | 4.6 | 0.00 | 0.00 |
| 米国 | 係数 | -1.34 | -0.36 | 0.17 | 0.27 | 0.04 | 0.95 | 0.99 | 14.0 | 0.1 | 399 | 12.59 |
| | 標準誤差 | 0.67 | 0.11 | 0.11 | 0.12 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 2.2 | | | 2.41 |
| | 有意水準 | 0.05 | 0.00 | 0.10 | 0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.04 | 0.00 | 4.9 | 0.00 | 0.00 |
| 日本 | 係数 | -0.09 | -0.05 | na | 0.13 | 0.07 | 0.92 | 0.99 | 8.1 | 0.4 | 2368 | 6.38 |
| | 標準誤差 | 0.04 | 0.03 | na | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 1.2 | | | 0.76 |
| | 有意水準 | 0.06 | 0.07 | | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.00 | 7.5 | 0.00 | 0.00 |

(注) ショックの持続性 ($\alpha + \beta$) の有意水準は、「 $\alpha + \beta = 1$ 」を帰無仮説とするWald検定のp値を表す。日本の場合、平均方程式にGARCH項を取り入れた場合は尤度計算が得られなかったため、GARCH項を除外して推計した結果を示した。

(資料) みずほ総合研究所

図表 10 金利変動特性の国際比較



(資料) みずほ総合研究所

(3) FQ-EGARCH-M モデルによる推計結果

続いてFQ-EGARCH-Mモデルの推計結果をみてみよう（図表 11、図表 12）。前モデルと同様、誤差項の分布としてt分布を仮定している。本モデルでは、対象国全てで尤度計算の結果が得られている。

「質への逃避」を表すパラメーター κ 、「リスク・リターンのトレード・オフ」を表すパラメーター λ の結果は、FQ-GARCH-Mモデルとほぼ同じで、欧米諸国は横並びであり日本だけがゼロ近傍という特徴が再確認できる。一方、パラメーター β をみると、ギリシャとポルトガルの「ショックの持続性」はFQ-GARCH-Mモデルの場合よりも高い。またFQ-EGARCH-Mモデルでは、日本におけるショックの持続性が欧米諸国に比して明らかに小さい。

FQ-EGARCH-Mモデルの特徴であるボラティリティの非対称性を表すパラメーター γ は、ドイツ、フランス、米国では γ が有意にゼロと異ならず、ボラティリティの非対称性が観察されない。逆に、ギリシャ、ポルトガル、スペイン、イタリア、日本の場合は有意な正值となっており、金利が予想外に上昇したときほど（債券価格が予想外に下落したときほど）、ボラティリティが増大する傾向を持ち、株価に関する経験則と一致する。

図表 11 FQ-EGARCH-M モデルによる主要国の 10 年物国債金利変動の推計結果

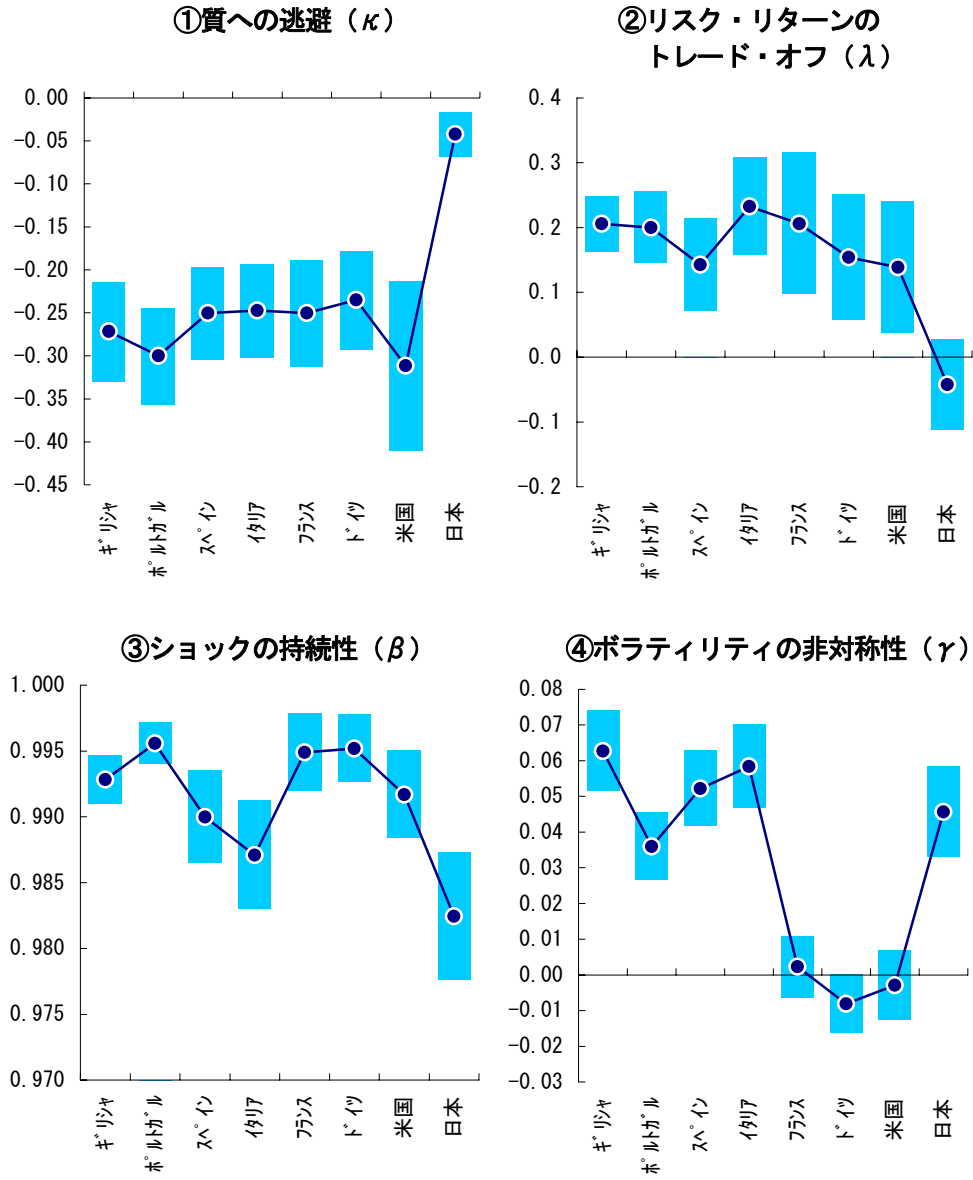
| | | 平均方程式 | | | 分散方程式 | | | | z_t の分布 | | |
|-------|------|-------|----------|-----------|----------|--------------------|----------|---------|-----------|---------|---------|
| | | 定数 | RISK変数 | GARCH | 定数 | $ z_t - E(z_t)$ | z_t | GARCH | 突度歪度 | JB統計量 | t分布の自由度 |
| | | c | κ | λ | ω | α | γ | β | | | |
| ギリシャ | 係数 | -1.06 | -0.27 | 0.21 | -0.10 | 0.17 | 0.06 | 0.99 | -4.4 | 3393426 | 4.88 |
| | 標準誤差 | 0.21 | 0.06 | 0.04 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | | | 0.49 |
| | 有意水準 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 165.5 | 0.00 | 0.00 |
| ポルトガル | 係数 | -1.09 | -0.30 | 0.20 | -0.04 | 0.07 | 0.04 | 1.00 | 1.7 | 1509261 | 4.31 |
| | 標準誤差 | 0.27 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | | | 0.30 |
| | 有意水準 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 122.8 | 0.00 | 0.00 |
| スペイン | 係数 | -0.69 | -0.25 | 0.14 | -0.06 | 0.11 | 0.05 | 0.99 | -2.0 | 125450 | 7.60 |
| | 標準誤差 | 0.31 | 0.05 | 0.07 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | | | 0.90 |
| | 有意水準 | 0.02 | 0.00 | 0.05 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 36.0 | 0.00 | 0.00 |
| イタリア | 係数 | -1.04 | -0.25 | 0.23 | -0.06 | 0.13 | 0.06 | 0.99 | -1.7 | 150706 | 7.16 |
| | 標準誤差 | 0.31 | 0.05 | 0.08 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | | | 0.85 |
| | 有意水準 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 39.3 | 0.00 | 0.00 |
| フランス | 係数 | -0.99 | -0.25 | 0.21 | -0.05 | 0.09 | 0.00 | 0.99 | 0.2 | 718 | 13.32 |
| | 標準誤差 | 0.44 | 0.06 | 0.11 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | | | 3.45 |
| | 有意水準 | 0.03 | 0.00 | 0.06 | 0.00 | 0.00 | 0.79 | 0.00 | 5.5 | 0.00 | 0.00 |
| ドイツ | 係数 | -0.82 | -0.24 | 0.15 | -0.05 | 0.08 | -0.01 | 1.00 | 0.1 | 301 | 12.62 |
| | 標準誤差 | 0.40 | 0.06 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | | | 3.16 |
| | 有意水準 | 0.04 | 0.00 | 0.11 | 0.00 | 0.00 | 0.32 | 0.00 | 4.6 | 0.00 | 0.00 |
| 米国 | 係数 | -1.12 | -0.31 | 0.14 | -0.05 | 0.10 | -0.00 | 0.99 | 0.1 | 404 | 11.74 |
| | 標準誤差 | 0.64 | 0.10 | 0.10 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | | | 2.21 |
| | 有意水準 | 0.08 | 0.00 | 0.18 | 0.00 | 0.00 | 0.77 | 0.00 | 4.9 | 0.00 | 0.00 |
| 日本 | 係数 | 0.05 | -0.04 | -0.04 | -0.06 | 0.13 | 0.05 | 0.98 | 0.4 | 2410 | 6.14 |
| | 標準誤差 | 0.18 | 0.03 | 0.07 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | | | 0.69 |
| | 有意水準 | 0.77 | 0.10 | 0.54 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 7.5 | 0.00 | 0.00 |

(注) 記号及び統計量等については本文を参照。

ショックの持続性 ($\alpha + \beta$) の有意水準は、「 $\alpha + \beta = 1$ 」を帰無仮説とするWald検定のp値を表す。

(資料) みずほ総合研究所

図表 12 金利変動特性の国際比較



(資料) みずほ総合研究所

4. 金利ショックの国際的伝播構造

(1) BEKK モデル

これまでの分析で、日欧米8カ国の長期金利の変動が単変量FQ-GARCH-Mモデルに従うことを確認した。金融市場全般に広がるリスクの高まりによって「質への逃避」が生じ長期金利に対する低下圧力を生むと同時に、ボラティリティの高まりが「リスク・リターン・トレード・オフ」を通じて金利上昇圧力を生んでいる。さらにボラティリティは、過去のショックによって影響を受け、ショックの影響が持続しやすいことを示した。

本節では、FQ-GARCH-Mモデルを多変量に拡張し、日米欧3極間における10年物国債金利変動の国際的波及構造を分析する。なお、金融ショックの国際的な波及に関する理論のサーベイ論文としてDe Bandt and Hartmann (2000)、Pericoli and Sbracia (2001)、藤原 (2008) などがある。

分析モデルの平均方程式は単変量モデルを踏襲し、

$$R_t = \mu_t + \begin{pmatrix} \kappa_1 RISK_{t-1} \\ \kappa_2 RISK_t \\ \kappa_3 RISK_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1 \sqrt{h_{11t}} \\ \lambda_2 \sqrt{h_{22t}} \\ \lambda_3 \sqrt{h_{33t}} \end{pmatrix} + \varepsilon_t \quad (22)$$

とする。下添え数字は市場を表し、1が日本、2が欧州、3が米国である。 $R_t = (r_{1t} \ r_{2t} \ r_{3t})'$ は3変量金利変動ベクトル、 $\mu = (\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3)'$ は定数ベクトル、 $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t} \ \varepsilon_{2t} \ \varepsilon_{3t})'$ は平均がゼロ・ベクトルであり、1期前の情報 I_{t-1} の下での条件付き分散共分散行列 H_t に従う過去と独立で同一な分布(i. i. d.)を持つ確率ベクトルである。 $h_{ii,t}$ (i=1, 2, 3)は H_t の対角成分で、各市場の条件付き分散を表している。なお、日本は欧米との時差が大きいため、共通リスク変数 $RISK_t$ は1期ラグを用いている。

分散方程式は、式 (23) のBEKK (Baba, Engel, Kraft and Knoner) モデルをベースとし、後に修正を施す。Engle and Kroner (1995) の表記法に従えば、本稿のBEKKモデルはBEKK (1, 1, 1) モデルと表される。

$$H_t = C^* ' C^* + A^* ' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A^* + B^* ' H_{t-1} B^* \quad (23)$$

A^* と B^* 、 C^* は3×3のパラメーター行列で C^* は上三角行列である。BEKKモデルには、推計すべきパラメーターが多いという問題があるものの(分散方程式のパラメーター数は変数の数をnとすると $n(5n+1)/2$)、①分散共分散行列の正値定符号性が保たれる点と、②異なる資産市場で生じたショックが時間を通じて相互のボラティリティに伝播する構造を捉え易いという利点がある。

なおBEKK以外の主だった多変量GARCHモデルとして、VECHモデル、Diagonalモデル、CC (Constant Correlation) モデル、DCC (Dynamic Conditional Correlation) などがある。森本・川崎 (2006)

によれば、VECHモデルは、推計パラメーター数が $2/3 \times n(n+1)$ とBEKKモデルよりもやや少ないが、分散共分散行列の正値定符号性が保証されないという欠点を持つ。Diagonalモデルは、分散共分散行列の正値定符号性が保証され、推計パラメーター数が少ない $(3n)$ という利点を持つモデルだが、その前提として共分散を全てゼロと仮定している。したがって、本稿の関心事項である資産市場間のショックの伝播構造に対して、強い事前制約を課すモデルと言える。

CCモデルでは資産収益率間の相関が定数とみなされており、DCCモデルでは資産収益率間の相関に動的構造が取り入れられている。いずれも正値定符号性の問題をクリアし、推計パラメーター数はそれぞれ $n(n+5)/2$ 、 $n(n+1)/2+n+2$ となる。しかし、Diagonalモデルと同様、いずれも資産市場間のショックが相互のボラティリティに影響を及ぼすという伝播構造を描き切れないという問題がある。

次に、BEKKモデルにおけるショックの持続性がどのように表されるのかを示すため、分散方程式(式(23))を、 vec 作用素($n \times m$ 行列の列ベクトルを縦に並べ変えて、 $nm \times 1$ の列ベクトルに変換するオペレーター)とラグオペレーター L ($L^k w_t \equiv w_{t-k}$)を使って列ベクトル表現にする。

$h_t \equiv vec(H_t)$ 、 $\eta_t \equiv vec(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ とにおいて

$$\begin{aligned} vec(C^* C^*) &= C^{*'} \otimes C^* = (C^* \otimes C^*)' \\ vec(A^* \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A^*) &= (A^{*'} \otimes A^*) vec(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') = (A^* \otimes A^*)' L \eta_t \\ vec(B^* H_{t-1} B^*) &= (B^{*'} \otimes B^*) vec(H_{t-1}) = (A^* \otimes A^*)' L h_t \end{aligned}$$

であるから、BEKKモデルのベクトル表現として次式が得られる。

$$h_t = (C^* \otimes C^*)' + (A^* \otimes A^*)' L \eta_t + (B^* \otimes B^*)' L h_t \quad (24)$$

式(24)の両辺について、 $t-1$ 期の情報 I_{t-1} を条件とした期待値をとると

$$E(h_t | I_{t-1}) = (C^* \otimes C^*)' + \{ (A^* \otimes A^*)' + (B^* \otimes B^*)' \} L h_t \quad (25)$$

となる。やや煩雑にはなるが、式(25)の第1行ベクトルを抽出すると、

$$\begin{aligned} E(h_{1,t} | I_{t-1}) &= \omega_{11}^2 + (a_{11}^2 + b_{11}^2) h_{1,t-1} \\ &+ (a_{21}^2 + b_{21}^2) h_{2,t-1} + (a_{31}^2 + b_{31}^2) h_{3,t-1} + 2(a_{11} a_{21} \sqrt{h_{11,t-1} h_{22,t-1}} + b_{11} b_{21}) h_{12,t-1} \\ &+ 2(a_{11} a_{31} \sqrt{h_{11,t-1} h_{33,t-1}} + b_{11} b_{31}) h_{13,t-1} + 2(a_{21} a_{31} \sqrt{h_{22,t-1} h_{33,t-1}} + b_{21} b_{31}) h_{23,t-1} \end{aligned} \quad (26)$$

ただし行列の各成分には次のように番号を振っている。 B^* と H は A^* と同じ(H は対称行列)。

$$C^* = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ 0 & \omega_{22} & \omega_{23} \\ 0 & 0 & \omega_{33} \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

式 (26) の1行目は、単変量GARCHモデルの分散方程式 (式 (3)) と同じ形をしており、ショックの持続性は $a_{11}^2 + b_{11}^2$ として表される。2行目以降は、国債市場間のショックおよびボラティリティの相互影響に関するものだ。「 a_{21} または b_{21} 」、「 a_{31} または b_{31} 」が有意にゼロと異なれば、それぞれ、市場2と市場3に生じたショックが市場1に波及する。このうち A^* に属するパラメーターは、前期における市場2、3のショックが、当期における市場1のボラティリティに直接的に影響を与える度合いを表し、 B^* に属するパラメーターは、市場2、3と市場1との共分散を通じてショックが間接的に波及する度合いを表す。同じように、

$$\begin{aligned} E(h_{22,t} | I_{t-1}) &= \omega_{22}^2 + \omega_{12}^2 + (a_{22}^2 + b_{22}^2) h_{22,t-1} \\ &+ (a_{12}^2 + b_{12}^2) h_{11,t-1} + (a_{32}^2 + b_{32}^2) h_{33,t-1} + 2(a_{22} a_{12} \sqrt{h_{11,t-1} h_{22,t-1}} + b_{22} b_{12}) h_{12,t-1} \\ &+ 2(a_{12} a_{32} \sqrt{h_{11,t-1} h_{33,t-1}} + b_{12} b_{32}) h_{13,t-1} + 2(a_{22} a_{32} \sqrt{h_{22,t-1} h_{33,t-1}} + b_{22} b_{32}) h_{23,t-1} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} E(h_{33,t} | I_{t-1}) &= \omega_{33}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{13}^2 + (a_{33}^2 + b_{33}^2) h_{33,t-1} \\ &+ (a_{13}^2 + b_{13}^2) h_{11,t-1} + (a_{23}^2 + b_{23}^2) h_{22,t-1} + 2(a_{23} a_{13} \sqrt{h_{11,t-1} h_{22,t-1}} + b_{23} b_{13}) h_{12,t-1} \\ &+ 2(a_{33} a_{13} \sqrt{h_{11,t-1} h_{33,t-1}} + b_{33} b_{13}) h_{13,t-1} + 2(a_{33} a_{23} \sqrt{h_{22,t-1} h_{33,t-1}} + b_{33} b_{23}) h_{23,t-1} \end{aligned} \quad (28)$$

式 (27) より、「 a_{12} または b_{12} 」、「 a_{32} または b_{32} 」が有意にゼロと異なれば、それぞれ市場1と市場3で生じた固有ショックが市場2に直接・間接に影響を与える。同様に、式 (28) より、「 a_{13} または b_{13} 」、「 a_{23} または b_{23} 」が有意にゼロと異なれば、それぞれ市場1と市場2で生じた固有ショックが市場3に影響を与える。

再び式 (25) に戻って $(A^* \otimes A^*)' + (B^* \otimes B^*)'$ のすべての固有値の絶対値が1より小さければ、ボラティリティの (無条件) 期待値は

$$E(h_t) = \{ I - (A^* \otimes A^*)' - (B^* \otimes B^*)' \}^{-1} (C^* \otimes C^*)' \quad (29)$$

として得られる。このときショックは共分散定常性 (covariance stationarity) を持つと言う。

(2) 市場間の時差を考慮した拡張 BEKK (XBEKK) モデル

BEKKモデルには上述したメリットがあるが、日米欧市場のように、取引時間にずれがある複数の市場を対象としてボラティリティ分析を行う場合、次のような「情報の陳腐化」と「時間の反転」という問題が生じる。

国債市場は毎日、日本、欧州、米国の順に開き、まず日本市場では前日の米国市場と欧州市場の情報元で取引が行われる。BEKKモデルに基づく「日本市場の条件付き分散は前日の欧米のショックと分散の影響を受ける」という考え方は、現実に沿った仮定と言えるだろう。

しかし、次に開く欧州市場での取引は、前日の日本市場に関する情報ではなく、先に閉じた同じ日の日本市場の情報を元に行われるため、BEKKモデルの想定とは異なってくる。BEKKモデルで分析すると、前日の古い情報に基づいてボラティリティが算出されてしまう。これが「情報の陳腐化」だ。

最後に開く米国市場に関しても、そこでの取引は現実には同日の日欧市場における情報を元に行われるにもかかわらず、BEKKモデルでは「情報の陳腐化」によって、実際とはかけ離れたショックの伝播構造が捉えられてしまう。

そこで本稿では、Engle, Ito and Lin (1990) 及びFleming and Lopes (1999) の手法を応用し、市場間の時差を考慮し「情報の陳腐化」に対処した拡張版BEKKモデル (Extended BEKK, XBEKKモデル) を提案し、それを用いて推計を行う。

Fleming and Lopes (1999) の3市場モデルにおける分散方程式 (以下FLモデルと呼ぶ) は、本稿と同じ記号を使うと次のように表すことができる。なお列ベクトルの上から順に市場が開く。

$$\hat{h}_t = \begin{pmatrix} \omega_{11}^2 \\ \omega_{12}^2 + \omega_{22}^2 \\ \omega_{13}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{33}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{21}^2 & a_{31}^2 \\ 0 & a_{22}^2 & a_{32}^2 \\ 0 & 0 & a_{33}^2 \end{pmatrix} L \hat{\eta}_t^2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{12}^2 & 0 & 0 \\ a_{13}^2 & a_{23}^2 & 0 \end{pmatrix} \hat{\eta}_t^2 + \begin{pmatrix} b_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33}^2 \end{pmatrix} L \hat{h}_t \quad (30)$$

$$\text{ただし } \hat{h}_t \equiv (h_{11t}, h_{22t}, h_{33t})', \hat{\eta}_t^2 \equiv (\varepsilon_{1t}^2, \varepsilon_{2t}^2, \varepsilon_{3t}^2)'$$

BEKKモデルと比べると、FLモデルでは市場が異なる固有ショックの相互作用 $\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt}$ ($i \neq j$) を無視することでモデルが簡潔である一方、市場間の時差を考慮してパラメーター行列 A^* に相当する行列が2つに分かれた格好となっている。具体的には、式 (30) の右辺第2項が1日前のショックによるボラティリティへの影響を捉え、同第3項が同日中に先に閉じた市場のショックによる影響を捉えている。

FLモデルでは a_{ij} ($i \neq j$) が有意にゼロと異なれば、市場を越えたショックのスピルオーバーが確認されることになり、Engle, Ito and Lin (1990) 及びFleming and Lopes (1999) による「流星雨」仮説が支持される。逆に a_{ij} ($i \neq j$) が有意にゼロと異なれば、市場 (j) のボラティリティは固有ショックのみによって影響を受けるという「熱波」仮説が支持される。また、 $a_{ii}^2 + b_{ii}^2$ の大きさが各市場におけるショックの持続性を表す。

こうしたFLモデルの考え方をBEKKモデルに取り込んだXBEKKモデルは、式 (31) またはベクトル表

現を使って式 (32) で表すことができる。

$$H_t = C^* ' C^* + A^* ' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A^* + D^* ' \varepsilon_t \varepsilon_t' D^* + B^* ' H_{t-1} B^* \quad (31)$$

$$h_t = (C^* \otimes C^*)' + (A^* \otimes A^*)' L \eta_t + (D^* \otimes D^*)' \eta_t + (B^* \otimes B^*)' L h_t \quad (32)$$

$$\text{ただし } A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad D^* = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} \\ 0 & 0 & d_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (B^* \text{ と } C^* \text{ は式 (23) と同じ})$$

$$h = \text{vec}(H) = (h_{11} \ h_{21} \ h_{31} \ h_{12} \ h_{22} \ h_{32} \ h_{13} \ h_{23} \ h_{33})' \quad (\text{時間 } t \text{ を省略})$$

$$\eta = \text{vec}(\varepsilon \varepsilon') = (\varepsilon_1^2 \ \varepsilon_2 \varepsilon_1 \ \varepsilon_3 \varepsilon_1 \ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \ \varepsilon_2^2 \ \varepsilon_3 \varepsilon_2 \ \varepsilon_1 \varepsilon_3 \ \varepsilon_2 \varepsilon_3 \ \varepsilon_3^2)' \quad (\text{同上})$$

前日のショックの伝播を表すパラメーター行列 A^* は下三角行列である。同日に取引が行われた市場からの情報によって、同じ市場における前日の情報は更新されるため、右肩部分がゼロとなる。一方、同日のショックの伝播を表すパラメーター行列 D^* は上三角行列で対角成分はゼロであり、ちょうどパラメーター行列 A^* の右肩を埋める形となる。ショックの伝播に関するBEKKモデルとXBEKKモデルの違いを図表 13に示した。

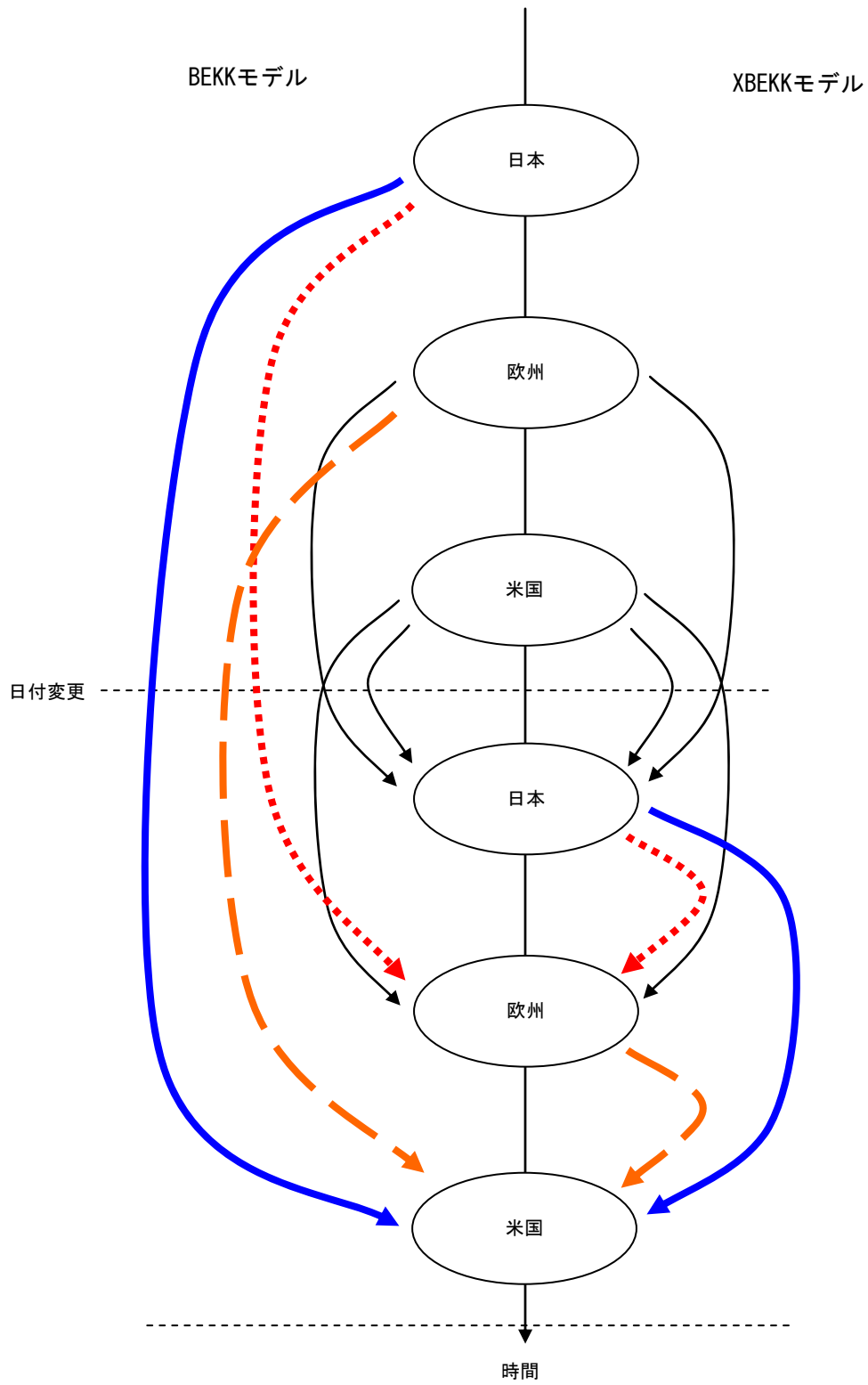
前日のボラティリティの影響を表す項 ($B^* ' H_{t-1} B^*$ または $(B^* \otimes B^*)' L h_t$) については、BEKKモデルを踏襲している。

XBEKKでも、BEKKの特徴である正値定符号性が保たれる。Engle and Kroner (1995) が示した帰納法によるBEKKの正値定符号の証明過程に $D^* ' \varepsilon_t \varepsilon_t' D^*$ を加えた上で、 $\varepsilon_t \varepsilon_t'$ が非負値定符号性を持つことを踏まえれば、XBEKKの正値定符号性は明らかである。

またボラティリティの無条件期待値は、「 $(A^* \otimes A^*)' + (D^* \otimes D^*)' + (B^* \otimes B^*)'$ のすべての固有値の絶対値が1より小さい」ときに限って、次のように表すことができる。

$$E(h_t) = \left\{ I - (A^* \otimes A^*)' - (D^* \otimes D^*)' - (B^* \otimes B^*)' \right\}^{-1} (C^* \otimes C^*)' \quad (33)$$

図表 13 ショックの他市場への伝播：BEKKモデルとXBEKKモデルの比較



(資料) みずほ総合研究所

(3) XBEEKK モデルによる推計結果

XBEEKKモデルの推計では、単変量モデルの結果を踏まえ、誤差項の分布として多変量スチューデント分布を仮定する。スチューデント分布の自由度は、同じ次数のモーメントが存在するかどうかを表し、自由度が2であれば、1次のモーメントが存在するが2次のモーメントは存在しない。したがって行列 H_t が分散共分散行列を表すと解釈できるようにするため、自由度は2よりも大きいと仮定する。そのときの確率密度関数 $f_{Student's t}(\varepsilon_t)$ は式 (26) のように表される (Bauwens, Laurent and Rombouts (2006))。

$$f_{Student's t}(\varepsilon_t) = \frac{1}{((\nu - 2)\pi)^{n/2}} \frac{\Gamma((\nu + n)/2)}{\Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{1}{\nu - 2} \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t\right)^{-(\nu + n)/2} \quad (34)$$

ただし、 $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$ (ガンマ関数)、 n は変数の数 (本稿では $n = 3$)、 ν は自由度

さらにパラメーター行列の初期値として、日米欧の単変量FQ-GARCH_Mモデルで得られた推計値と乱数 (+0.1~-0.1) を与え、最尤法による1,000回の推計を行い、その中から尤度が最大となったものを選択した。その結果を図表 14に示す。

平均方程式の「質への逃避」パラメーターはいずれも有意に負値でこれまでの結果と整合的である。なお、共通リスク変数 $RISK_t$ のボラティリティはサンプル期間全体で2.8程度であることから、日米欧の金利変動のボラティリティ (前傾図表 6を参照) に対する「質への逃避」の寄与度は日本でわずか0.1%、米国でも0.7%程度と極めて小さいことがうかがえる。

「トレード・オフ」パラメーターは、欧米では有意に正値でこれまでの結果と整合的だが、日本では有意に負値で、本稿の仮説とは異なり、ボラティリティの高まりが金利低下を促す結果となった。

次に分散方程式のうち、前日に発生した固有ショックの伝播構造を表すパラメーター行列 A^* をみると、その非対角成分では a_{32} が有意にゼロと異なる値となっており、米国市場で前日に発生した固有ショックが欧州市場に伝わることを示している。しかし、 a_{21} と a_{31} は有意にゼロと異なる結果であり (網掛け部分)、欧州市場と米国市場で生じた固有ショックが日本市場には伝わっていないことを示唆している。

続いて同日中の固有ショックの伝播構造を表すパラメーター行列 D^* をみると、 d_{13} と d_{23} が有意にゼロと異なっており、日本市場と欧州市場で発生したショックが同日の米国市場に伝わっていることを示している。一方、 d_{12} は有意にゼロと異なることから (網掛け部分)、日本市場で生じたショックは同日の欧州市場には伝わらない。

ほぼ同じことがボラティリティの伝播構造を示すパラメーター行列 B^* でも確認できる。ただ異なるのは、 b_{12} が有意ではなく、欧州から米国へのボラティリティの伝播経路が絶たれている点だ。

図表 15に、日本、欧州、米国の各市場で1単位のショックが発生した場合のボラティリティへの

影響を図示した。これをみると次のようなことが確認できる。①各市場で生じた固有ショックは翌日以降、当該市場のボラティリティに影響を与えている。このうち欧州では固有ショックの残存度合いが最も大きく、減衰も早い。米国は固有ショックの残存度は小さいが、減衰率が小さく、長期にわたって影響が残る。この中間に日本が位置する。一方、②ショックの伝播については、欧米市場の固有ショックは日本市場に伝わらない。同じ大きさの日欧市場の固有ショックを比べると、米国市場に対する影響は日本発の方が大きい。

図表 14 XBEKK モデルによる推計結果

| | | 平均方程式 | | |
|----|------|---------|----------|-----------|
| | | μ | κ | λ |
| 日本 | 推計値 | -0.0505 | -0.0569 | -0.0103 |
| | 標準誤差 | 0.0000 | 0.0288 | 0.0174 |
| | p値 | 0.0000 | 0.0487 | 0.5516 |
| 欧州 | 推計値 | -0.7319 | -0.2137 | 0.1389 |
| | 標準誤差 | 0.2821 | 0.0497 | 0.0614 |
| | p値 | 0.0095 | 0.0000 | 0.0237 |
| 米国 | 推計値 | -1.4841 | -0.3370 | 0.1840 |
| | 標準誤差 | 0.6453 | 0.0889 | 0.0949 |
| | p値 | 0.0214 | 0.0002 | 0.0525 |

| | |
|------|--------|
| 自由度 | 7.5313 |
| 対数尤度 | -21413 |
| *** | |
| AIC | 17.035 |

<他市場からのショックの伝播の様子>

日付変更

時間

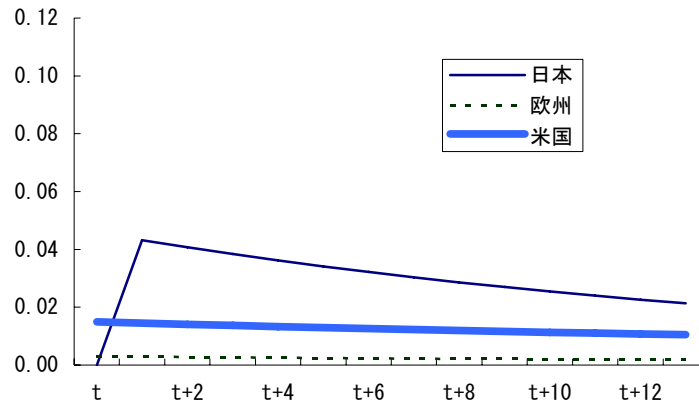
| | | 分散方程式 | | | | | | | | | | | |
|----|------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|----|---------|---------|---------|--------|---------|
| | | C* | | | A* | | | D* | | | B* | | |
| 日本 | 推計値 | 0.3324 | 0.0157 | 0.1390 | 0.2062 | | | | -0.0513 | -0.1201 | 0.9714 | 0.0023 | -0.0076 |
| | 標準誤差 | 0.0410 | 0.1583 | 0.1548 | 0.0139 | 0 | 0 | 0 | 0.0357 | 0.0323 | 0.0036 | 0.0057 | 0.0044 |
| | p値 | 0.0000 | 0.9209 | 0.3694 | 0.0000 | | | | 0.1504 | 0.0002 | 0.0000 | 0.6922 | 0.0847 |
| 欧州 | 推計値 | | 0.8241 | 0.3890 | -0.0074 | 0.3155 | | | | 0.0520 | 0.0027 | 0.9306 | -0.0051 |
| | 標準誤差 | 0 | 0.0908 | 0.1195 | 0.0067 | 0.0171 | 0 | 0 | 0 | 0.0115 | 0.0025 | 0.0064 | 0.0032 |
| | p値 | | 0.0000 | 0.0011 | 0.2713 | 0.0000 | | | | 0.0000 | 0.2674 | 0.0000 | 0.1129 |
| 米国 | 推計値 | | | 0.2249 | 0.0006 | -0.1137 | 0.1390 | | | | -0.0003 | 0.0213 | 0.9880 |
| | 標準誤差 | 0 | 0 | 0.2123 | 0.0057 | 0.0120 | 0.0094 | 0 | 0 | 0 | 0.0012 | 0.0032 | 0.0020 |
| | p値 | | | 0.2894 | 0.9088 | 0.0000 | 0.0000 | | | | 0.8112 | 0.0000 | 0.0000 |

(注) 網掛けは有意にゼロと異なるパラメーターを表す。対数尤度の***は、3変量モデルで用いた日本、欧州、米国のデータについて単変量モデルで推計を行った場合と比べて、3変量モデルの尤度が有意に高いことを示している。

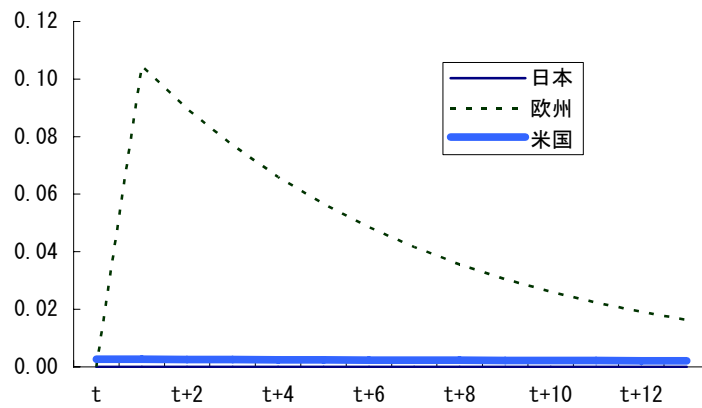
(資料) みずほ総合研究所

図表 15 日米欧の国債市場におけるショックの国際的伝播

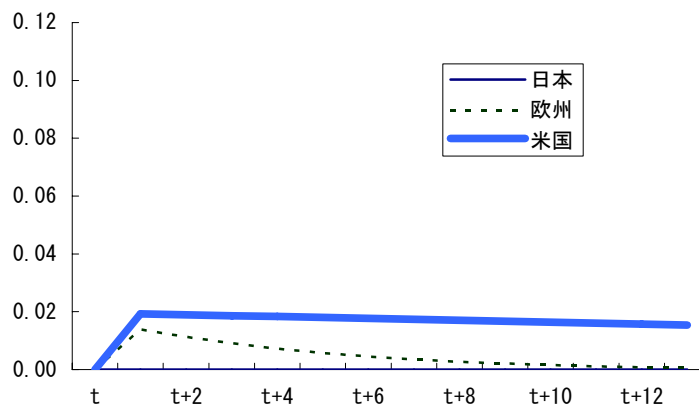
①日本市場発のショック



②欧州市場発のショック



③米国市場発のショック



(注) 1単位のショックが各市場で生じた場合のボラティリティへの影響。
 (資料) みずほ総合研究所

一方、上述したXBEKKモデルによる推計結果は、イールドカーブ上で常に成り立つわけではない。5年物国債を対象に推計を行うと、10年債では観察された「日本から米国へ」「欧州から米国へ」というショックの伝播経路を表すパラメーターは有意ではない(図表16)。「流星雨」仮説は唯一「米国から欧州へ」という経路だけで成立し、10年債の結果と比べると、日米欧の3市場は「熱波」仮説に従うような格好である。また日本では「質への逃避」を表すパラメーターについても有意な結果が得られない。

図表 16 XBEKK モデルによる推計結果 (5年物国債のケース)

| | | 平均方程式 | | |
|----|------|---------|----------|-----------|
| | | μ | κ | λ |
| 日本 | 推計値 | -0.0270 | -0.0280 | -0.0260 |
| | 標準誤差 | 0.0000 | 0.0216 | 0.0173 |
| | p値 | 0.0000 | 0.1941 | 0.1329 |
| 欧州 | 推計値 | -0.8994 | -0.3050 | 0.1556 |
| | 標準誤差 | 0.2852 | 0.0578 | 0.0547 |
| | p値 | 0.0016 | 0.0000 | 0.0044 |
| 米国 | 推計値 | -1.6569 | -0.4074 | 0.1967 |
| | 標準誤差 | 0.6339 | 0.0980 | 0.0882 |
| | p値 | 0.0090 | 0.0000 | 0.0257 |

| | |
|------|--------|
| 自由度 | 7.5353 |
| | 0.5230 |
| | 0.0000 |
| 対数尤度 | -22813 |
| | *** |
| AIC | 17.089 |

図表16の右側には、市場間のショックの伝播の様子を示す図があります。図は「欧州」「米国」「日本」「欧州」「米国」の順に並ぶ5つの円を時間軸に沿って示しています。図表16の平均方程式の結果と一致するように、日本と米国からのショックは伝播しませんが、米国から欧州へのショックは伝播します。また、図表16の分散方程式の結果と一致するように、米国から日本へのショックも伝播します。図中の「x」は伝播するショックを示し、「o」は伝播しないショックを示しています。図表16の平均方程式の結果と一致するように、日本と米国からのショックは伝播しませんが、米国から欧州へのショックは伝播します。また、図表16の分散方程式の結果と一致するように、米国から日本へのショックも伝播します。図中の「x」は伝播するショックを示し、「o」は伝播しないショックを示しています。

| | | 分散方程式 | | | | | | | | | | | |
|----|------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|----|--------|--------|---------|--------|---------|
| | | C* | | | A* | | | D* | | | B* | | |
| 日本 | 推計値 | 0.1351 | 0.0241 | 0.0389 | 0.2143 | | | | 0.0742 | 0.0946 | 0.9758 | 0.0051 | -0.0003 |
| | 標準誤差 | 0.0252 | 0.1999 | 0.2172 | 0.0111 | 0 | 0 | 0 | 0.0541 | 0.0426 | 0.0024 | 0.0044 | 0.0033 |
| | p値 | 0.0000 | 0.9039 | 0.8579 | 0.0000 | | | | 0.1696 | 0.0263 | 0.0000 | 0.2501 | 0.9332 |
| 欧州 | 推計値 | | 0.6506 | 0.1109 | -0.0003 | 0.3211 | | | | 0.0007 | 0.0002 | 0.9407 | -0.0010 |
| | 標準誤差 | 0 | 0.0938 | 0.1353 | 0.0021 | 0.0154 | 0 | 0 | 0 | 0.1031 | 0.0007 | 0.0048 | 0.0013 |
| | p値 | | 0.0000 | 0.4123 | 0.8766 | 0.0000 | | | | 0.9948 | 0.7891 | 0.0000 | 0.4465 |
| 米国 | 推計値 | | | 0.3207 | 0.0033 | -0.1019 | 0.1359 | | | | -0.0005 | 0.0203 | 0.9897 |
| | 標準誤差 | 0 | 0 | 0.1253 | 0.0039 | 0.0117 | 0.0087 | 0 | 0 | 0 | 0.0008 | 0.0027 | 0.0014 |
| | p値 | | | 0.0105 | 0.4062 | 0.0000 | 0.0000 | | | | 0.5715 | 0.0000 | 0.0000 |

(注) 網掛けは有意にゼロと異なるパラメーターを表す。対数尤度の***は、3変量モデルで用いた日本、欧州、米国のデータについて単変量モデルで推計を行った場合と比べて、3変量モデルの尤度が有意に高いことを示している。

欧州についてはサンプルが少ないスペインを除く5カ国の平均金利を用いている。

(資料) みずほ総合研究所

(4) 先行研究との比較

XBEKKモデルの推計結果は、先行研究のFleming and Lopes (1999) 及び福田・今久保・西岡 (2011) とどのような共通点・相違点があるのだろうか。先行研究の結果を改めて整理した上で、ショックの伝播構造と持続性について比較・考察しよう。

Fleming and Lopes (1999) は、グローバルな米国債取引 (2年物、5年物、10年物) を通じた金利変動を対象に分析を行った。ショックの伝播構造については、東京市場とロンドン市場は、他市場からのショックに曝されているという「流星雨」仮説が成立するが、ニューヨーク市場の米国債取引については「流星雨」仮説は支持されず、同市場に特有のショックが中心であるという「熱波」仮説が支持されるとの結論を得た。式 (30) の a_{ij} ($i \neq j$) が東京市場とロンドン市場では有意にゼロと異なっているが、ニューヨーク市場のパラメーターは有意にゼロと異ならなかったのである。こうした違いについて、Fleming and Lopes (1999) は、ニューヨーク市場では主にマクロ経済動向に関する情報を背景として米国債金利のボラティリティが他市場に比べて高いため、ニューヨーク市場から他市場へのボラティリティの伝播が発生し、かつそれを検出することが容易なのかも知れないと論じている。逆に、そうした取引時間中に蓄積される膨大な情報量によって、ニューヨーク市場への伝播が起きていないか、検出が容易ではないのではないかと述べている。

ショックの持続性 (式 (30) の $a_{ii}^2 + b_{ii}^2$) については、東京市場では持続性が極めて小さく、東京市場のボラティリティは、前日から当日までの金利変動 (前日の東京市場における金利変動 + 東京市場が開くまでの他市場での金利変動) にのみ依存していることが明らかにされている。ロンドン市場と米国市場におけるショックの持続性は日本と比べて大きく、特に米国市場では0.96~0.98と高い持続性が確認されている。

福田・今久保・西岡 (2011) は、金利の期間構造パラメーターを主成分分析によって抽出し、その第1主成分 (いわゆる金利水準ファクター) の変動を2変量BEKKモデルによって分析した。その結果、米国やドイツの国債市場で発生したショックが日本市場に影響を及ぼしている半面、ギリシャなどの欧州周縁国からの影響は及びにくいと指摘している。ショックの持続性については、日本の金利のボラティリティが米国やドイツからの影響を受けて瞬時 (翌期) に上昇し、その後もショックの影響が持続することを示している。

Fleming and Lopes (1999) と福田・今久保・西岡 (2011) に共通しているのは、日本市場が欧米の主要市場からのショックを受け、「流星雨」仮説が成立するという点である (図表 17)。本稿ではこれと正反対の結果が得られており、日本については「熱波」仮説を支持する結果となった。米国市場についても、Fleming and Lopes (1999) が「熱波」仮説を支持しているのに対して、本稿では5年債に関しては「熱波」仮説が成り立つものの、10年債に関しては「流星雨」仮説を支持している。

欧州市場に関しては、Fleming and Lopes (1999) と同様、本稿でも「流星雨」仮説を支持する結果となった。

先行研究との結果の違いは、①ショックをどのように捉えるのか（本稿で分離した「質への逃避」などを含むショックの伝播をみるのか否か）、②対象資産をどう選ぶのかに起因していると考えられる。①については、本稿で導入した外生的な「共通リスク変数」を「流星雨」とみなせば、本稿の結果からは、日米欧3極の市場がいずれも「流星雨」に曝されていると言うことができ、日本市場に関する見立ては、Fleming and Lopes (1999) や福田・今久保・西岡 (2011) と一致する。ただ、米国市場で「流星雨」仮説が成り立つという本稿の結論は変わらず、Fleming and Lopes (1999) の結果とは食い違いが残る。

②については、Fleming and Lopes (1999) が米国債のグローバル取引を対象としたのに対して、本稿が各国市場の国債取引を対象としたという違いを指している。繰り返しになるが、Fleming and Lopes (1999) が自身で述べているように、米国債取引のボラティリティは3極の中でニューヨーク市場が最も大きく、その背後には米国債価格を左右し得る情報量の市場間格差があり、それが海外からニューヨーク市場へのショックの伝播を捉えにくくしている可能性がある。本稿のように、各市場で当該国・地域の国債取引を対象とすれば、そうした同一金融資産に関する情報量の市場間格差という問題はなくなり、ショックの国際的伝播をより正確に捉えることができたのではないかと考えられる。

図表 17 先行研究との比較

| | Fleming and Lopes (1999) | 福田・今久保・西岡 (2011) | 本稿 | | | |
|----|--------------------------|------------------|-------|------|-------|------|
| | 支持仮説 | 支持仮説 | 10年債 | | 5年債 | |
| | | | 質への逃避 | 支持仮説 | 質への逃避 | 支持仮説 |
| 日本 | 流星雨 | 流星雨 | あり | 熱波 | なし | 熱波 |
| 欧州 | 流星雨 | NA | あり | 流星雨 | あり | 流星雨 |
| 米国 | 熱波 | NA | あり | 流星雨 | あり | 熱波 |

(注) 両論文と本稿とは、分析対象やモデルが一致しないこと、福田・今久保・西岡 (2011) では「流星雨仮説」「熱波仮説」という言葉を使っていないことなどに留意されたい。

(資料) 各論文をもとにみずほ総合研究所作成

5. おわりに

本稿では、日米欧8カ国における長期金利の変動特性と、日米欧3極の国債市場におけるショックの伝播構造を分析した。以下、本稿を総括しながら若干の考察と残された課題を述べる。

本稿が提案したFQ-GARCH-MモデルとFQ-EGARCH-Mモデルは、尤度・AICやVaRの計測に関するKupiecの尤度比検定によって一般的なGARCH(1,1)モデルよりも適合度が高いことを確認した。同モデルの推計によって、国際金融市場に広がるリスクや不透明感の高まりによって長期金利が押し下げられるという「質への逃避」、国債市場のボラティリティの高まりが金利上昇圧力として働くという「リスク・リターンのトレード・オフ」、及び株価と同様の「ボラティリティの非対称性」を捉えることができた。

特に読者の興味を引く結果と思われるのは、欧米に比べると、日本の「質への逃避」の強さを表すパラメーターが特に小さいことと、「トレード・オフ」が欧米では明確に確認できる一方で、日本では有意な結果が得られなかったり、予想された符号とは逆の結果が得られたりした点であろう。

こうした日本と欧米の違い、特に「質への逃避」の違いを生む要因として思い浮かぶのは、金利水準、金融政策、及び投資家層の違いである。

日本の長期金利はすでに長い間、極めて低い水準で推移し続けており、そうした金利水準の低さが金利変動の制約となり、「質への逃避」を表すパラメーターが小さく検出されている可能性が否定できない。その検証のため分散方程式に金利水準を加えることが、残された課題の一つと言える。

日本の金融政策については、本稿のほぼ全サンプル期間にわたって時間軸政策が採用され続けており、超低金利政策の要となっている（時間軸政策の始まりは2001年3月）。こうした時間軸政策が将来の短期金利に関する期待形成の安定化にとって極めて有効であり、「長期金利を低位・安定化させることに寄与してきた」（翁・白塚（2003））と言われている。5年物国債を分析対象にした場合に日本では「質への逃避」が検出されなくなることも、中期ゾーンまでは時間軸効果が浸透し、その結果、金利の安定化をもたらしていることを支持する結果である。この先、米国の金融緩和が一段と強化されれば、日本と同様の傾向が確認できるようになるのかも知れない。

投資家層の違いについては、財務省『債務管理レポート2010』によれば、日本国債の海外投資家保有比率は2009年12月時点で5.2%であるのに対して、米国は47.7%に達する。欧州主要国についてもEurostatを用いて推計すると、イギリス32%（ただし地方政府分を含む2010年末値）、ドイツ64.5%（同2009年末値）、フランス67.0%（同2009年末値）、イタリア52.2%（同2010年末値）、スペイン46.0%（同2010年末値）と海外投資家比率が高いことが分かる。海外投資家比率が高いほど、国際金融市場のリスク変動による影響を受けやすく、「質への逃避」を表すパラメーターが大きくなり易いと考えられる。なお「質への逃避」の度合いの強さは、国債市場の流動性の高さや市場規模の大きさとも比例関係にあるものと推察される。

一方、日本と欧米の「トレード・オフ」の違いについても、海外投資家比率の違いに起因する可能性があるが、国債運用におけるリスク管理が欧米に比べて日本だけが緩いとは考えにくく、こちらに

ついてははっきりとした理由が分からない。

XBEKKモデルの推計によって、国債市場の固有ショックの伝播構造を明らかにした。本文で詳しく触れなかったが、注目される結果として、自国で生じた固有ショックの残存度合いをみると欧州が最も強く、日本はその中間に位置づけられるという点が挙げられる（図表 15）。日本では、タテホ・ショック（1987年）や運用部ショック（1998年）、VaRショック（2003年）など、国債市場のイベント・ショックを例として、国債の大半を国内投資家が保有していることが、投資行動の同質性を生みショックを増幅させる可能性があるという指摘されることが多い。しかし、XBEKKモデルの結果は、自国で生じた固有ショックの影響は日本よりも欧州の方が大きく、その欧州では日本よりも海外投資家比率が高い。つまり、海外投資家比率を高めることによって、国債投資家の同質的行動によるイベントが呼び起こされる危険性を軽減できるのではないかという考え方は、本稿の結果からは支持されないものである。

続いて固有ショックの国際的伝播（コンテイジョン）については、米国市場が日欧からの固有ショックに曝されており、逆に日本市場は米欧市場からの影響を受けない、という先行研究とは異なる結果が得られた。すでに本文でその理由を考察しているが、ここで挙げた投資家層の違いも理由となるかも知れない。

最後に残された課題を2つ述べる。第1に、本稿では、暗黙裡に国債の現物取引を対象としたが、国債の先物取引が金利変動の特性を決定づけている可能性があり、その検証が必要だろう。検証結果が本稿と同じかどうか、現物取引と先物取引の投資家層が同一なのかどうかによって、投資家層の違いと金利変動特性の違いの関係について再考を要することになる。

第2に、本稿では10年物国債を中心に分析を進めたが、Fleming and Lopes（1999）のように他の年限の金利や、福田・今久保・西岡（2011）のように金利の期間構造パラメーターを分析対象に加えることによって、イールドカーブ上で常に「流星雨」仮説が成り立つのかどうかを検証していくことも重要な課題である。

[参考文献]

- 翁邦雄・白塚重典 (2003)、「コミットメントが期待形成に与える効果：時間軸効果の実証的検証」
金融研究、日本銀行金融研究所、12月
- ジョン・ダニエルソン・森本祐司 (2000)「市場リスクの予測について—EVTとGARCHモデルを用いた
バリュー・アット・リスク算定の比較分析—」*金融研究*、日本銀行金融研究所、9月
- 高橋耕史 (2010)「金融市場の国際連動性について」*日銀レビュー*、J-7、日本銀行、5月
- 浪花貞夫 (2007a)「フィナンシャル・エコノメトリックスの進展 (2) —ボラティリティの計測」、
立命館経済学、第55巻、第5・6号、立命館大学、3月
- (2007b)「フィナンシャル・エコノメトリックスの進展 (3) —リスク分析：異常値とVaR」、
立命館経済学、第55巻、第5・6号、立命館大学、3月
- 日本銀行 (2011) *金融市場レポート*、2月
- 平木一浩・福永一郎 (2012)「最近のVIX (恐怖指数) と各国金融市場のボラティリティ指標」、*日
銀レビュー*、J-2、日本銀行、2月
- 福田善之・今久保圭・西岡慎一 (2011)「国債市場間の国際的な連関とわが国銀行の市場リスク」*日
銀レビュー*、J-11、日本銀行、10月
- 藤井眞理子・高岡慎 (2007)「金利の期間構造とマクロ経済：Nelson-Siegel モデルを用いた実証分
析」*ディスカッション・ペーパー*、金融庁金融研究センター
- 森本孝之・川崎能典 (2006)「イントラデイVaRによるGARCHモデルの比較検証」*統計数理*、第54巻、
第1号、5-21、統計数理研究所
- 渡部敏明 (2003)「日経225オプションデータを使ったGARCHオプション価格付けモデルの検証」*金融
研究*、日本銀行金融研究所、11月
- Anderson, Torben .G., and Tim Bollerslev (1998) “Answering the Skeptics: Yes, Standard
Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts” *International Economic Review*, Vol. 39,
4, Economic Research Association
- Bauwens, Luc, Sebastien Laurent and Jeronen V.K. Rombouts (2006) “Multivariate GARCH models:
A survey,” *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 21
- Black, Fischer (1986) “Noise,” *Journal of Finance*, Vol. 41
- Bollerslev, Tim (1986) “Generalized autoregressive conditional Heteroskedasticity,” *Journal
of Econometrics*, Vol. 31, Issue 3, April
- CBOE (2009) 、The CBOE VOLATILITY INDEX ®- VIX®
- Christiansen, Charlotte and Jesper Lund (2005), “Revisiting the Shape of the Yield Curve:
The Effect of Interest Rate Volatility,” EFA 2002 Berlin Meetings Presented Paper, June
- Christie, Andrew A. (1982) “The stochastic behavior of common stock variances : Value, leverage
and interest rate effects,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, Issue 4, December

- Cochrane, John H. and Monika Piazzesi (2005) "Bond Risk Premia," *American Economic Review*, Vol. 95, 1
- De Bandt, Olivier and Philipp Hartmann (2000) "Systemic risk: a survey" *European Central Bank Working Paper Series*, No. 35, November
- Diebold, Francis X., Glenn D. Rudebusch and S. Boragan Aruoba (2006) "The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach," *Journal of Econometrics*, Vol. 131
- Ding, Zhuanxin, Clive W. J. Granger and Robert F. Engle (1993) "A long memory property of stock market returns and a new model," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, Issue 1, June
- Engle, Robert F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Vol. 50, Issue 4, July
- Engle, Robert F. and Kenneth F. Kroner (1995) "Multivariate Simultaneous Generalized Arch," *Economic Theory*, Vol. 11, No. 1, Cambridge University Press, May
- Engle, Robert F. and Kevin Sheppard (2001) "Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH," December 12 version
- Fiorentini, Gabriele, Enrique Sentana and Giorgio Calzolari (2003) "Maximum Likelihood Estimation and Inference in Multivariate Conditionally Heteroscedastic Dynamic Regression Models with Student t Innovations," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 21, issue 4
- French, Kenneth R., G. William Schwert and Robert F. Stambaugh (1987) "Expected stock returns and volatility," *Journal of Financial Economics*, Vol. 19, Issue 1, September
- Glosten, Lawrence R., Ravi Jagannathan and David E. Runkle (1993) "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks," *Journal of Finance*, Vol. 48, Issue 5
- Gurkaynak, Refet S., Brian Sack and Jonathan H. Wright (2006) "The U. S. Treasury Yield Curve : 1961 to the Present," *Finance and Economics Discussion Series*, 28, Federal Reserve Board
- Hong, Harrison and Jeremy C. Stein (1999) "A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets," *Journal of Finance*, Vol. 54, Issue 6, December
- Kupiec, Paul H. (1995) "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models," *Journal of Derivatives*, 2
- Litterman, Robert, Jose Scheinkman, and Laurence Weiss (1991), "Volatility and the Yield Curve" , *Journal of Fixed Income*, June
- Nelson, Charles R. and Andrew F. Siegel (1987) "Parsimonious Modeling of Yield Curve," *Journal of Business*, Vol. 60, 4, University of Chicago Press
- Nelson, Daniel B (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica*, 59

- Pericoli, Marcello and Massimo Sbracia (2001) "A Primer on Financial Contagion," *Economic Working Paper Series*, No. 407, Bank of Italy, June
- Pindyck, Robert S. (1984) "Risk, Inflation, and the Stock Market," *American Economic Review*, Vol. 74, Issue 3, June
- Yuan, Kathy (2005) "Asymmetric price movements and borrowing constraints: A rational expectations equilibrium model of crisis, contagion, and confusion," *Journal of Finance*, Vol. 60, Issue 1